

Wiskunde

3de graad D-finaliteit
III-Wis-d

BRUSSEL

D/2024/13.758/229

Versie oktober 2024

1 Inleiding

De uitrol van de modernisering secundair onderwijs gaat gepaard met een nieuwe generatie leerplannen. Leerplannen geven richting en laten ruimte. Ze faciliteren de inhoudelijke dynamiek en de continuïteit in een school en lerarenteam. Ze garanderen binnen het kader dat door de Vlaamse regering werd vastgelegd voldoende vrijheid voor schoolbesturen om het eigen pedagogisch project vorm te geven vanuit de eigen schoolcontext. Leerplannen zijn ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. Ze versterken het eigenaarschap van scholen die d.m.v. eigen beleidskeuzes de vorming van leerlingen gestalte geven. Leerplannen laten ruimte voor het vakinhoudelijk en pedagogisch-didactisch meesterschap van de leraar, maar bieden ondersteuning waar nodig.

1.1 Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten

Leerplannen vertrekken vanuit het **vormingsconcept** van de katholieke dialoogschool. Ze laten toe om optimaal aan te sluiten bij het pedagogisch project van de school en de beleidsbeslissingen die de school neemt vanuit haar eigen visie op onderwijs (taalbeleid, evaluatiebeleid, zorgbeleid, ICT-beleid, kwaliteitsontwikkeling, keuze voor vakken en lesuren ...).

Leerplannen ondersteunen **kwaliteitsontwikkeling**: het leerplanconcept spoort met kwaliteitsverwachtingen van het Referentiekader onderwijskwaliteit (ROK). Kwaliteitsontwikkeling volgt dan als vanzelfsprekend uit keuzes die de school maakt bij de implementatie van leerplannen.

Leerplannen faciliteren een **gerichte studiekeuze**. De leerplandoelen sluiten aan bij de verwachte competenties van leerlingen in een bepaald structuuronderdeel. De feedback en evaluatie bij de realisatie ervan beïnvloeden op een positieve manier de keuze van leerlingen na elke graad.

Leerplannen gaan uit van de **professionaliteit** van de leraar en het **eigenaarschap** van de school en het lerarenteam. Ze bieden voldoende ruimte voor eigen inhoudelijke keuzes en een eigen didactische aanpak van de leraar, het lerarenteam en de school.

Leerplannen borgen de **samenhang** in de vorming. Die samenhang betreft de verticale samenhang (de plaats van het leerplan in de opbouw van het curriculum) en de horizontale samenhang tussen vakken binnen structuuronderdelen en over structuuronderdelen heen. Leerplannen geven expliciet aan voor welke leerplandoelen van andere leerplannen in de school verdere afstemming mogelijk is. Op die manier faciliteren en stimuleren de leerplannen leraren om over de vakken heen samen te werken en van elkaar te leren. Een verwijzing van een leraar naar de lessen van een collega laat leerlingen niet alleen aanvoelen dat de verschillende vakken onderling samenhangen en dat ze over dezelfde werkelijkheid gaan, maar versterkt ook de mogelijkheden tot transfer.

1.2 De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs

De leerplannen vertrekken vanuit een gedeelde inspiratie die door middel van een vormingscirkel voorgesteld wordt. We 'lezen' de cirkel van buiten naar binnen.

- Een lerarenteam werkt in een katholieke dialoogschool die onderwijs verstrekt vanuit een **specifieke traditie**. Vanuit het eigen pedagogisch project kiezen leraren voor wat voor hen en hun school goed



onderwijs is. Ze wijzen leerlingen daarbij de weg en gebruiken daarvoor **wegwijzers**. Die zijn een inspiratiebron voor leraren en zorgen voor een Bijbelse 'drive' in hun onderwijs.

- De kwetsbaarheid van leerlingen ernstig nemen betekent dat elke leerling **beloftevol** is en alle leerkansen verdient. Die leerling is **uniek als persoon** maar ook **verbonden** met de klas, de school en de bredere samenleving. Scholen zijn **gastvrije plaatsen** waar leerlingen en leraren elkaar ontmoeten in diverse contexten. De leraar vormt zijn leerlingen vanuit een **genereuze** attitude, hij geeft om zijn leerlingen en hij houdt van zijn vak. Hij durft af en toe de gebaande paden verlaten en stimuleert de **verbeelding en creativiteit** van leerlingen. Zo zaait hij door zijn onderwijs de kiemen van een hoopvolle, **meer duurzame en meer rechtvaardige wereld**.
- Leraren vormen leerlingen door middel van leerinhouden die we groeperen in negen **vormingscomponenten**. De aaneengesloten cirkel van vormingscomponenten wijst erop dat vorming een geheel is en zich niet in schijfjes laat verdelen. Je kan onmogelijk over taal spreken zonder over cultuur bezig te zijn; wetenschap en techniek hebben een band met economie, wiskunde, geschiedenis ... Dwarsverbanden doorheen de vakken zijn belangrijk. De vormingscirkel vormt dan ook een dynamisch geheel van elkaar voortdurend beïnvloedende en versterkende componenten.
- Vorming is voor een leraar nooit te herleiden tot een cognitieve overdracht van inhouden. Zijn meesterschap en passie brengt een leraar ertoe om voor iedere leerling de juiste woorden en gebaren te zoeken om **de wereld te ontsluiten**. Hij introduceert leerlingen in de wereld waarvan hij houdt. Een leraar zorgt er bijvoorbeeld voor dat leerlingen kunnen worden gegrepen door de cultuur van het Frans of door het ambacht van een metselaar. Hij initieert leerlingen in een wereld en probeert hen zover te brengen dat ze er hun eigen weg in kunnen vinden.
- Een leraar vormt leerlingen als **individuele leraar**, maar werkt ook binnen **lerarenteams** en binnen een **beleid van de school**. Het Gemeenschappelijk funderend leerplan helpt daartoe. Het zorgt voor het fundament van heel de vorming dat gerealiseerd wordt in vakken, in projecten, in schoolbrede initiatieven of in een specifieke schoolcultuur.
- De uiteindelijke bedoeling is om **alle leerlingen** kwaliteitsvol te vormen. Leerlingen zijn dan ook het hart van de vormingscirkel, zij zijn het op wie we inzetten. Zij dragen onze hoop mee: de nieuwe generatie die een meer duurzame en meer rechtvaardige wereld zal creëren.



1.3 Ruimte voor leraren(teams) en scholen

De leraar als professional, als meester in zijn vak krijgt vrijheid om samen met zijn collega's vanuit de leerplannen aan de slag te gaan. Hij kan eigen accenten leggen en differentiëren vanuit zijn passie, expertise, het pedagogisch project van de school en de beginsituatie van zijn leerlingen.

De leerplandoelen zijn noch chronologisch, noch hiërarchisch geordend. Ze laten ruimte aan het lerarenteam en de individuele leraar om te bepalen welke leerplandoelen op welk moment worden samengenomen, om didactische werkvormen te kiezen, contexten te bepalen, eigen leerlijnen op te bouwen, vakoverschrijdend te werken, flexibel om te gaan met een indicatie van onderwijstijd.

1.4 Differentiatie

Om optimale leerkansen te bieden is [differentiëren](#) van belang in alle leerlingengroepen. Leerlingen voor wie dit leerplan is bestemd, behoren immers wel tot dezelfde doelgroep, maar bevinden zich niet noodzakelijk in dezelfde beginsituatie. Zij hebben een niet te onderschatten – maar soms sterk verschillende – bagage mee vanuit de onderliggende graad, de thuissituatie en vormen van informeel leren. Het is belangrijk om zicht te krijgen op die aanwezige kennis en vaardigheden en vanuit dat gegeven, soms gedifferentieerd, verder te bouwen. Positief en planmatig omgaan met verschillen tussen leerlingen verhoogt de motivatie, het welbevinden en de leerwinst voor elke leerling.

De leerplannen bieden kansen om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden en door de leeromgeving aan te passen. Ze nodigen ook uit om te differentiëren in evaluatie.

Differentiatie door te verdiepen en te verbreden

Sommige leerlingen denken meer conceptueel en abstract. Andere leerlingen komen vanuit een meer concrete benadering sneller tot inzichtelijk denken. Variëren in abstractie spreekt leerlingen aan op hun capaciteiten en daagt hen uit om van daaruit te groeien.

Daarnaast bieden leerplannen kansen om de complexiteit van leerinhouden aan te passen. Dat kan door een complexere situatie te schetsen, een minder ingewikkelde bewerking of handeling voor te stellen, of door meer kennis of vaardigheden aan te bieden om leerlingen uit te dagen.

De ene context kan betekenisvol zijn voor een leerlingengroep, terwijl een andere context dan weer betekenisvoller kan zijn voor een andere leerlingengroep. Leerinhouden in verschillende contexten aanbrengen biedt kansen om leerlingen aan te spreken op hun interesses en daagt hen tegelijk uit om andere interesses te verkennen en zo hun horizon te verruimen.

In 'extra' wenken bij de leerplandoelen en in beperkte mate ook via keuzeleerplandoelen bieden we je inspiratie om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden.

Differentiatie door de leeromgeving aan te passen

Doordachte variatie in werkvormen (groepswork, individueel, auditief, visueel, actief ...) vergroot de kans dat leerdoelen worden gerealiseerd door alle leerlingen. Het helpt hen bovendien ontdekken welke manieren van leren en informatie verwerken best bij hen passen.

De ene leerling kan snel of zelfstandig werken, de andere heeft meer tijd of begeleiding nodig. Variëren in de mate van ondersteuning, gericht aanbieden van hulpmiddelen (voorbeelden, schrijfkaders, stappenplannen ...) en meer of minder tijd geven, daagt leerlingen uit op hun niveau en tempo.

Leerlingen op hun niveau en vanuit eigen interesses laten werken kan door te differentiëren in product, bijvoorbeeld door leerlingen te laten kiezen tussen opdrachten die leiden tot verschillende eindproducten.

Het samenstellen van groepen kan een effectieve manier zijn om te differentiëren. Rekening houden met verschil in leerdoelen en leerlingenkenmerken laat leerlingen toe van en met elkaar te leren.

Technologie kan al die vormen van differentiatie ondersteunen. Zo kunnen leerlingen op hun maat werken met digitale leermiddelen zoals educatieve software of online oefenprogramma's.

Differentiatie in evaluatie

Tenslotte laten de leerplannen toe te differentiëren in [evaluatie](#) en feedback. Evalueren is beoordelen om te waarderen, krachtiger te maken en te sturen.

Na de afronding van een lessenreeks of na een langere periode gaan leraren door middel van summatieve evaluatie na waar leerlingen staan. De keuze van een evaluatie- en feedbackvorm is afhankelijk van de vooropgestelde doelen.



Formatieve evaluatie is geïntegreerd in het leerproces en gaat uit van een actieve betrokkenheid van leraar en leerling. Het zet leerlingen aan het denken over hun vorderingen en laat leraren toe om tijdens het leerproces effectieve feedback te geven. Door middel van formatieve evaluatie krijgen leraren een goed zicht op het leerproces van leerlingen zodat ze het verder gericht en waar nodig kunnen bijsturen. Het is bovendien een rijke bron voor leraren om te reflecteren over de eigen onderwijspraktijk en de eigen pedagogisch-didactische aanpak bij te sturen.

1.5 Opbouw van leerplannen

Elk leerplan is opgebouwd volgens een vaste structuur. Alle onderdelen maken inherent deel uit van het leerplan. Schoolbesturen van Katholiek Onderwijs Vlaanderen die de leerplannen gebruiken, verbinden zich tot de realisatie van het gehele leerplan.

De **inleiding** licht het leerplanconcept toe en gaat dieper in op de visie op vorming, de ruimte voor leraren(teams) en scholen en de mogelijkheden tot differentiatie.

De **situering** geeft aan waarop het leerplan is gebaseerd en beschrijft de samenhang binnen de graad en met de onderliggende graad, en de plaats in de lessentabel.

In de **pedagogisch-didactische duiding** komen de inbedding in het vormingsconcept, de krachtlijnen, de opbouw, de leerlijnen, de aandachtspunten met o.m. nieuwe accenten van het leerplan aan bod.

De **leerplandoelen** zijn helder geformuleerd en geven aan wat van leerlingen wordt verwacht. Waar relevant geeft een opsomming of een afbakening (★) aan wat bij de realisatie van het leerplandoel aan bod moet komen. Ook pop-ups bevatten informatie die noodzakelijk is bij de realisatie van het leerplandoel. De leerplandoelen zijn gebaseerd op de minimumdoelen van de basisvorming, de specifieke minimumdoelen of de doelen die leiden naar een beroepskwalificatie. Indien een leerplandoel verder gaat, vind je een '+' bij het nummer van het leerplandoel. Al die leerplandoelen zijn verplicht te realiseren. In een aantal gevallen zijn keuzedoelen opgenomen; die leerplandoelen zijn weergegeven in een grijze kleur en het nummer van het leerplandoel wordt voorafgegaan door 'K'.

De leerplandoelen zijn ingedeeld in een aantal rubrieken. Bovenaan elke rubriek vind je de relevante minimumdoelen van de basisvorming, de specifieke minimumdoelen en/of doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties, afhankelijk van de finaliteit. Als leraar hoef je je die taal niet eigen te maken. Het volstaat dat je de leerplandoelen realiseert zoals opgenomen in het leerplan.

Waar relevant wordt de samenhang met andere leerplannen in dezelfde graad aangegeven, evenals de samenhang met de onderliggende graad.

'Duiding' bij een leerplandoel bevat een noodzakelijke toelichting bij het doel. In pedagogisch-didactische wenken vinden leraren inspiratie om met het leerplandoel aan de slag te gaan. Een rubriek 'extra' bij een leerplandoel biedt leraren inspiratie om verder te gaan dan wat het leerplandoel minimaal vraagt.

De **basisuitrusting** geeft aan welke materiële uitrusting vereist is om de leerplandoelen te kunnen realiseren.

Het **glossarium** bevat een overzicht van handelingswerkwoorden die in alle leerplannen van de graad als synoniem van elkaar worden gebruikt of meer toelichting nodig hebben.

De **concordantie** geeft aan welke leerplandoelen gerelateerd zijn aan bepaalde minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties.

2 Situering

2.1 Samenhang met de tweede graad

Het leerplan Wiskunde van de derde graad D-finaliteit bouwt verder op de leerplannen Wiskunde (II-Wis-d), Wiskunde B+ (II-Wis'-d) en Wiskunde B+S (II-WisS-d) voor studierichtingen van de tweede graad D-finaliteit.

2.2 Samenhang in de derde graad

2.2.1 Samenhang met andere leerplannen Wiskunde binnen de finaliteit

Er zijn vier leerplannen Wiskunde voor studierichtingen van de derde graad D-finaliteit. In de onderstaande tabel wordt aangegeven voor welke studierichtingen de leerplannen gelden.

Basisleerplan	Audiovisuele vorming; Beeldende vorming; Dans; Freinetpedagogie; Grieks-Latijn; Humane wetenschappen; Latijn-Moderne talen; Moderne talen; Muziek; Taal en communicatiewetenschappen; Welzijnswetenschappen; Woordkunst-drama
Leerplan B+S	Bedrijfsondersteunende informaticawetenschappen; Bedrijfswetenschappen; Economie-Moderne talen; Topsport-Bedrijfswetenschappen; Topsport-Economie
Leerplan B+S'	Architecturale vorming; Biotechnologische en chemische wetenschappen; Biotechnologische en chemische STEM-wetenschappen; Bouw- en houtwetenschappen; Informatica- en communicatiewetenschappen; Latijn-Wetenschappen; Mechatronica; Moderne talen-Wetenschappen; Sportwetenschappen; Topsport-Wetenschappen
Leerplan B+S''	Economie-Wiskunde; Grieks-Wiskunde; Latijn-Wiskunde; Technologische wetenschappen en engineering; Wetenschappen-Wiskunde

Voor de studierichtingen Humane wetenschappen en Freinetpedagogie is er een aanvullend leerplan Statistiek (III-Sta-d); voor de studierichting Welzijnswetenschappen het leerplan Statistiek' (III-Sta'-d).

2.3 Plaats in de lessentabel

Het leerplan is gebaseerd op minimumdoelen van de basisvorming. Het leerplan is gericht op 5 graaduren en is bestemd voor volgende studierichtingen van de doorstroomfinaliteit:

- Audiovisuele vorming;
- Beeldende vorming;
- Dans;
- Freinetpedagogie;
- Grieks-Latijn;
- Humane wetenschappen;
- Latijn-Moderne talen;
- Moderne talen;
- Muziek;
- Taal en communicatiewetenschappen;
- Welzijnswetenschappen;
- Woordkunst-drama.

Het geheel van de algemene en specifieke vorming in elke studierichting vind je terug op de [PRO-pagina](#) met alle vakken en leerplannen die gelden per studierichting.



3 Pedagogisch-didactische duiding

3.1 Wiskunde en het vormingsconcept

Het leerplan Wiskunde is ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialogeschool. In het leerplan ligt de nadruk op de wiskundige vorming. Leerlingen leren om wiskundig te redeneren en te communiceren en om problemen op te lossen door gebruik te maken van wiskundige concepten en procedures. Daarnaast zijn er tal van interacties met andere vormingscomponenten zoals de natuurwetenschappelijke en technische vorming en de maatschappelijke vorming. Leerlingen leren wiskunde in verschillende wetenschapsgebieden te gebruiken en het helpt hen om kritisch denkende burgers te worden in de maatschappij.

Uit die vormingscomponenten zijn de krachtlijnen van het leerplan ontstaan.

3.2 Krachtlijnen

Wiskundige begrippen, concepten, eigenschappen en methodes begrijpen en toepassen

Leerlingen ontwikkelen inzicht in begrippen, concepten, eigenschappen en methodes op vlak van analyse, discrete wiskunde, kansrekenen en statistiek. De leerlingen leren ze ook in te zetten.

Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

Leerlingen ontwikkelen hun wiskundige taalvaardigheid en denk- en redeneervaardigheid. Ze leren wiskundige redeneringen te beargumenteren en te communiceren.

Wiskundig modelleren en probleemoplossend denken

Leerlingen leren gebruik te maken van wiskundige modellen zoals grafieken, functies, rijen, diagrammen en de normale verdeling. Ze beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten. Ze lossen ook vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Samenhang binnen wiskunde ontdekken en interacties tussen wiskunde en andere domeinen analyseren

Aan de hand van diverse contexten en voorbeelden van wiskundige toepassingen in verschillende domeinen krijgen leerlingen meer inzicht in wisselwerkingen. Ze ontdekken ook de samenhang binnen de wiskunde zelf en interpreteren wiskundige informatie uit de maatschappij op een kritische manier.

3.3 Opbouw

Overzicht van de rubrieken en deelrubrieken bij de leerplandoelen.

- Problemen oplossen en wiskundig redeneren
- Analyse
 - Grafisch onderzoek
 - Exponentiële functies
 - Goniometrische functies
 - Afgeleiden

- Algebra: matrices (keuzedeel)
- Discrete wiskunde: rijen
- Data en onzekerheid
 - Kansrekenen
 - Statistiek

3.4 Leerlijnen

3.4.1 Samenhang met de tweede graad

In de onderstaande tabel geven we de samenhang weer tussen (deel)rubrieken van dit leerplan en (deel)rubrieken van de leerplannen Wiskunde (II-Wis-d), Wiskunde B+ (II-Wis'-d) en Wiskunde B+S (II-WisS-d) van de 2^{de} graad D-finaliteit.

(Deel)rubrieken van het leerplan 3 ^{de} graad	(Deel)rubrieken van het leerplan 2 ^{de} graad
Problemen oplossen en wiskundig redeneren	Problemen oplossen en wiskundig redeneren
Analyse – Grafisch onderzoek	Algebra en functieleer – Inleiding tot reële functies
Analyse – Exponentiële functies (<i>i.h.b. rekenen met machten met rationale exponenten</i>)	Getallenleer (<i>i.h.b. rekenen met vierkantswortels en machten met gehele exponenten</i>)
Analyse – Goniometrische functies	Meetkunde – De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken Meetkunde – Goniometrie (<i>komt enkel aan bod in Wiskunde B+S</i>)
Analyse – Afgeleiden (<i>i.h.b. differentiequotiënt</i>)	Algebra en functieleer – Eerstegraadsfuncties
Data en onzekerheid – Kansrekenen	Discrete wiskunde en logica – Telproblemen
Data en onzekerheid – Statistiek	Data en onzekerheid – Beschrijvende statistiek Data en onzekerheid – Spreidingsdiagrammen (<i>komt niet aan bod in basisleerplan Wiskunde</i>)

3.4.2 Samenhang in de derde graad

Verschillende leerplannen Wiskunde voor de derde graad D-finaliteit

De onderstaande tabel geeft een samenvatting van de leerinhouden in de vier leerplannen Wiskunde voor de derde graad D-finaliteit. In de opsomming van de extra leerinhouden voor de leerplannen B+S, B+S' en B+S'' ten opzichte van het basisleerplan komen gelijke benamingen van leerinhouden niet steeds overeen met precies dezelfde leerplandoelen.

Basisleerplan	Grafisch functieonderzoek, rekenen met reële getallen (bv. logaritmen), exponentiële en algemene sinusfuncties, concepten afgeleiden, rijen, kansrekenen, statistiek (representativiteit, samenhang versus causaliteit, normale verdeling) en generieke doelen
Leerplan B+S	Inhouden basisleerplan + functieleer/analyse (uitbreiding functietypes, vergelijkingen en ongelijkheden, afgeleiden en integralen), matrices, hypothesetoetsen
Leerplan B+S'	Inhouden basisleerplan + functieleer/analyse (uitbreiding functietypes, vergelijkingen en ongelijkheden, afgeleiden en integralen), matrices, complexe getallen, hypothesetoetsen
Leerplan B+S''	Inhouden basisleerplan + functieleer/analyse (uitbreiding functietypes, vergelijkingen en ongelijkheden, limieten, afgeleiden en integralen), vectoren, analytische ruimtemeetkunde, goniometrie, matrices, complexe getallen, algebraïsche structuur, telproblemen, binomiale verdeling, hypothesetoetsen, uitspraken bewijzen



Inhoudelijke samenhang met andere leerplannen

In het leerplan zijn er verschillende linken met het leerplan Natuurwetenschappen (III-Nat-d of III-NatS''-d, afhankelijk van de studierichting).

Leerinhoud wiskunde	Leerinhoud natuurwetenschappen
Fenomenen beschrijven uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten	Wisselwerking wetenschappen, technologie, wiskunde en maatschappij
Vraagstukken en problemen oplossen	Een oplossing ontwerpen
Exponentiële functies	Radioactief verval
Goniometrische functies	Trillingen en golven

3.5 Aandachtspunten

Rubriek 'Problemen oplossen en wiskundig redeneren'

Het is niet de bedoeling om deze rubriek als een apart gegeven te benaderen: de leraar heeft de vrijheid en verantwoordelijkheid om de doelen breed en strategisch in te zetten en te combineren met doelen uit de inhoudelijke rubrieken.

Gebruik van contexten

Bij veel inhouden uit het leerplan is het aangewezen om zowel met als zonder context te werken. Werken met contexten kan leerlingen motiveren en maakt duidelijk dat wiskunde kan worden aangewend in meerdere contexten (leefwereld, maatschappelijk, wetenschappelijk, professioneel). Daardoor kan een positievere attitude tegenover wiskunde ontstaan. Contexten kunnen bijkomende aandacht vragen: het mathematiseren van de opgave en het demathematiseren van het resultaat. Bij contextvragen spelen ook niet-wiskundige factoren zoals taal een grotere rol dan bij kale opgaven. Kale opgaven en contextopgaven meten niet noodzakelijk altijd dezelfde wiskundige vaardigheden.

Wiskunde leren met en zonder contexten is belangrijk om kennis en vaardigheden te transfereren naar gelijkaardige en naar nieuwe situaties. Daarbij is het ook belangrijk om te variëren in contexten. Volgende leerplandoelen worden minimaal zonder context gerealiseerd, maar het is zinvol om ze ook met context te realiseren: LPD 6, 7, 8, 13, 14, 15.

3.6 Leerplanpagina



Wil je als gebruiker van dit leerplan op de hoogte blijven van inspirerend materiaal, achtergrond, professionalisering en lerarennetwerken, surf dan naar de [leerplanpagina](#).

4 Leerplandoelen

4.1 Problemen oplossen en wiskundig redeneren

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 1 De leerlingen beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten uit de derde graad.

Samenhang derde graad: Wisselwerking wetenschappen, technologie, wiskunde en maatschappij (III-Nat-d LPD 4S; III-NatS"-d LPD 4S)

Wenk: Je kan aan dit doel werken door voldoende contexten bij de inhoudelijke doelen aan bod te laten komen. Telkens wanneer er met een context wordt gewerkt, zal een wiskundig concept worden gebruikt om iets uit de realiteit te beschrijven. Je kan zowel werken met richtingspecifieke als actuele contexten.

Wenk: Je kan via dit doel ook werken aan het STEM-doel over de wisselwerking tussen wetenschappen, technologie, wiskunde en de maatschappij.

LPD 2 De leerlingen lossen vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Samenhang derde graad: Een oplossing ontwerpen (III-Nat-d LPD 3S; III-NatS"-d LPD 3S)

Duiding: Bij vraagstukken is de oplossingsmethode vaak aansluitend bij de pas geziene leerstof, terwijl bij problemen oplossen heuristieken en een oplossingsmethode moeten worden gekozen.

Wenk: Je kan het oplossen van problemen best integreren in het normale lesgebeuren en regelmatig doorheen het schooljaar aan bod laten komen. De leerlingen zullen die vaardigheid maar verwerven doorheen een actief leerproces. Je kan bijvoorbeeld na een aantal leerinhouden of hoofdstukken problemen laten oplossen waarbij leerlingen zelf de passende leerinhoud moeten selecteren. Je kan ook problemen aan bod laten komen die los staan van de geziene leerinhouden.

Wenk: Je kan leerlingen zelfstandig geschikte heuristieken laten kiezen en expliciteren. Voorbeelden van heuristieken die aan bod kunnen komen: het gegeven en gevraagde expliciteren, het probleem herformuleren of opdelen in deelproblemen, een schets of tekening maken, bijzondere gevallen onderzoeken, tijdelijk één van de voorwaarden laten vallen, van achter naar voor werken, alle mogelijkheden opschrijven en dan elimineren.

Wenk: Het demathematiseren kan gebeuren via een antwoordzin. Controleren of een antwoord realistisch is, hoort ook bij deze stap van het oplossingsproces.

LPD 3 De leerlingen gebruiken ICT om berekeningen uit te voeren en grafische voorstellingen te maken.

Wenk: Je kan ICT breed en strategisch (laten) inzetten en combineren met de inhoudelijke doelen.



Wenk: Voorbeelden van grafische voorstellingen: grafieken van functies of van de normale verdeling.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het zinvol gebruik van ICT, bv. bij berekeningen.

LPD 4 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen.

Wenk: Je kan dit doel breed inzetten en combineren met de inhoudelijke doelen. Wiskundige redeneringen of argumentaties komen bv. ook aan bod in oefeningen waarbij wiskundige eigenschappen worden toegepast.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het gestructureerd verwoorden en noteren van de gedachtegang bij een redenering met correct gebruik van vakterminologie. Je kan tijdens de les de leerlingen hun redenering mondeling laten uitleggen en de leerlingen evalueren door mogelijke fouten aan te wijzen en te laten verbeteren.

Extra: Je kan aandacht schenken aan bewijsvoering en dit evalueren door de tussenstappen van een bewijs te laten verantwoorden. Je kan ook behandelde bewijzen laten reconstrueren, eventueel in een gewijzigde situatie (zoals in een specifieke situatie of met andere symbolen). Voorbeelden: rekenregels en eigenschappen van bewerkingen (bv. logaritmen), formules voor de som van de eerste n termen bij rijen.

4.2 Analyse

4.2.1 Grafisch onderzoek

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 5 De leerlingen brengen met behulp van de grafiek, kenmerken van een functie in verband met de betekenisvolle situatie die door de functie wordt beschreven.

2de graad: Functiebegrip en representaties van een functie (II-Wis-d LPD 17; II-Wis'-d LPD 17; II-WisS-d LPD 21)

Wenk: Je kan allerlei contexten aan bod laten komen. In de praktijk worden betekenisvolle situaties vaak voorgesteld door de grafiek van een functie zonder expliciet voorschrift. Voorbeelden: hartslag, besmettingscijfers, kostprijsevolutie.

Wenk: Voorbeelden van functiekenmerken: praktisch domein, praktisch bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen/constant, extrema (minima/maxima), constante/toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie, periode, gedrag op oneindig en snijpunt met verticale as.

Extra: Je kan een gegeven situatie laten verbinden met de juiste grafiek of een grafiek laten schetsen bij een gegeven situatie.

LPD 6 De leerlingen lossen vergelijkingen grafisch op met behulp van ICT.

2de graad: Vergelijkingen en ongelijkheden grafisch oplossen (II-Wis-d LPD 21; II-Wis'-d LPD 21, 27; II-WisS-d LPD 25, 32)

Wenk: In contexten kan een vraagstelling leiden tot het oplossen van een vergelijking; vaak is dan ICT aangewezen om de bijhorende grafiek te tekenen en de vergelijking grafisch op te lossen. Via ICT is dit ook mogelijk voor functietypes die hieronder niet worden bestudeerd.

Wenk: In veel toepassingen zijn vergelijkingen van de vorm $f(x) = g(x)$, waarbij de functies f en g op zich een duidelijke betekenis hebben. Omdat de verschilfunctie $f - g$ vaak niet zo'n duidelijke betekenis heeft, is het aangewezen om de grafieken van beide functies te tekenen en de vergelijking op te lossen door de snijpunten te zoeken.

Wenk: Je kan dit doel betrekken op de hieronder bestudeerde functietypes (nl. exponentiële en goniometrische functies) en realiseren tijdens de studie van die types.

Extra: Je kan ook ongelijkheden grafisch laten oplossen.

4.2.2 Exponentiële functies

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 7 De leerlingen rekenen met reële getallen.

- ★ Machten met rationale exponent, n -de machtswortels en logaritmen met willekeurig grondtal met rekenregels en eigenschappen met symbolen

2de graad: Hoofdbewerkingen, machten met gehele exponenten en vierkantswortels van reële getallen (II-Wis-d LPD 7; II-Wis'-d LPD 7; II-WisS-d LPD 7)

Wenk: Vanuit machten kunnen zowel n -de machtswortels als logaritmen worden ingevoerd als inverse operatoren.

Wenk: Berekeningen zonder ICT zijn beperkt in complexiteit en zijn nuttig om inzicht in de concepten te verwerven. Je kan ICT laten inzetten bij minder eenvoudige berekeningen.

Wenk: Bij machten kan je de rekenregels en eigenschappen veralgemenen van gehele exponenten (voorkennis tweede graad) naar rationale exponenten. Voorbeelden van rekenregels en eigenschappen bij logaritmen: logaritme van een product, quotiënt en macht en veranderen van grondtal.

Extra: Je kan berekeningen met letters laten uitvoeren.

LPD 8 De leerlingen analyseren kenmerken van de functie $f(x) = a^x$: domein, bereik, stijgen/dalen, toenemende stijging/afnemende daling, horizontale asymptoot en gedrag op oneindig.

Wenk: Voor dit leerplandoel is in principe het concept van macht met reële exponent (i.p.v. rationale exponent) nodig. Het is niet nodig om daaraan aandacht te schenken. Je kan de grafiek van een exponentiële functie bekijken als een vloeiende lijn zonder onderbrekingen.

Wenk: Je kan de grafiek laten schetsen zonder ICT of tekenen met ICT.

Wenk: Je kan de invloed van de parameter a in het voorschrift op de functiekenmerken



laten ontdekken, al dan niet met ICT.

Wenk: Je kan de kenmerken (gebrek aan) nulwaarden, tekenverloop en snijpunt met verticale as aan bod laten komen.

LPD 9 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x) + k$ en $k \cdot f(x)$ om de grafiek van een algemene exponentiële functie $f(x) = b \cdot a^x + c$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x) = a^x$.

Wenk: Het is (waarschijnlijk) de eerste keer dat leerlingen expliciet in aanraking komen met transformaties van functies. Belangrijk hierbij is de grafische betekenis van de transformaties: verticale verschuiving, verticale uitrekking/inkrimping en eventueel horizontale spiegeling (voor geval $b < 0$). Je kan aangeven dat de transformaties ook bij eerstegraadsfuncties $f(x) = ax + b$ en tweedegraadsfuncties $f(x) = ax^2$ kunnen worden gebruikt om de invloed van de parameters op de grafiek uit te leggen.

Wenk: Je kan via ICT de invloed van de transformaties op de grafiek zichtbaar maken of laten ontdekken. Je kan leerlingen er attent op maken dat de volgorde waarin de transformaties worden toegepast van belang is.

Wenk: Je kan de invloed van de parameters op de functiekenmerken laten analyseren.

Extra: Je kan het voorschrift van een algemene exponentiële functie laten opstellen vanuit de grafiek.

LPD 10 De leerlingen gebruiken exponentiële functies als model voor exponentiële groei.

★ **Beginwaarde, groeifactor**

Samenhang derde graad: Radioactief verval (III-Nat-d LPD 4F; III-NatS"-d LPD 4F)

Duiding: Dit doel omvat enerzijds het modelleren (opstellen van het voorschrift vanuit een verwoording) en anderzijds het oplossen van vragen aan de hand van het model, bv. de waarde bepalen bij een gegeven tijdstip of het tijdstip bij een gegeven waarde bepalen. Alhoewel 'exponentiële groei' een toename suggereert, kan je ook dalende processen beschrijven.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het verschil tussen lineaire en exponentiële groei (bv. enkelvoudige versus samengestelde intrest).

Wenk: Je kan aandacht schenken aan een correct gebruik van het model. Niet elk proces dat bijvoorbeeld toenemend stijgend is, wordt beschreven door een exponentiële functie. Anderzijds is de groei bij een toenemend stijgende exponentiële functie niet op elk moment sterk. Dat hoort ook bij het kritisch omgaan met informatie.

Wenk: Je kan naast groeifactor ook met het begrip groeipercentage werken. Beide hangen af van het gebruikte tijdsinterval. Je kan ook begrippen zoals verdubbelingstijd en halveringstijd in contexten aanbrengen. Voorbeelden van contexten: radioactiviteit, groei populatie, samengestelde intrest.

Wenk: Een vraag kan aanleiding geven tot een exponentiële vergelijking van de vorm $b \cdot a^x = c$. Je kan zo'n vergelijking algebraïsch of grafisch laten oplossen. In beide gevallen kan ICT worden ingeschakeld.

Wenk: Je kan de link maken met meetkundige rijen, die als discreet model voor exponentiële groei kunnen worden gebruikt.

LPD K1 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek en kenmerken van de logaritmische functie $f(x) = \log_a(x)$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, afnemende stijging/daling, asymptotisch gedrag en gedrag op oneindig.

Wenk: Je kan de logaritmische functie definiëren als de inverse functie van de exponentiële functie $f(x) = a^x$. Je kan aangeven dat de grafieken elkaars spiegelbeeld zijn t.o.v. de eerste bissectrice.

4.2.3 Goniometrische functies

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 11 De leerlingen tekenen de grafiek van de functie $f(x) = \sin x$ vanuit de goniometrische cirkel.

2de graad: Goniometrische getallen in rechthoekige driehoeken (II-Wis-d LPD 11; II-Wis'-d LPD 11; II-WisS-d LPD 11); goniometrische getallen van georiënteerde hoeken en de goniometrische cirkel (II-WisS-d LPD 15)

Wenk: In niet alle studierichtingen van de tweede graad komen de sinus van een georiënteerde hoek en de goniometrische cirkel aan bod. Voor dit leerplandoel is ook het verband tussen zestigdelige graden en hoeken in radialen nodig, wat niet aan bod komt in de tweede graad.

Wenk: Je kan de goniometrische cirkel gebruiken bij de opbouw van de grafiek. Nadien kan je de stap zetten naar het tekenen van de grafiek zonder goniometrische cirkel.

Wenk: Je kan de grafiek laten schetsen zonder ICT of tekenen met ICT.

Extra: Je kan ook de grafiek van de cosinusfunctie laten tekenen (vanuit de goniometrische cirkel).

LPD 12 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x) + k$, $f(x - k)$, $f(x/k)$ en $k \cdot f(x)$ om de grafiek van een algemene sinusfunctie $f(x) = a \cdot \sin[b(x - c)] + d$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x) = \sin x$.

Wenk: Je kan je beperken tot voorschriften waarbij de parameters a en b positief zijn.

Wenk: Je kan via ICT de invloed van de transformaties op de grafiek zichtbaar maken of laten ontdekken. Je kan leerlingen er attent op maken dat de volgorde waarin de transformaties worden toegepast van belang is. Je kan via de transformaties de grafische betekenis van de parameters a , b , c en d in het voorschrift duiden.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het correct uitdrukken van de grafische betekenis van de transformaties. Bij uitrekkingen en inkrimpingen is de combinatie met de correcte factor van belang.

Je kan i.p.v. de transformatie $f(x/k)$ ook werken met de transformatie $f(k \cdot x)$. Het voordeel is dat de relatie met de parameter b directer is; het nadeel is dat de



transformatie $f(k \cdot x)$ nu een horizontale inkrimping met factor k is i.p.v. een uitrekking met factor k .

Wenk: Je kan leerlingen confronteren met situaties waarin het voorschrift niet in de gegeven vorm is, bv. $f(x) = a \cdot \sin(bx + c)$. Ook in bepaalde contexten is dat het geval.

Extra: Je kan het voorschrift van een algemene sinusfunctie laten opstellen vanuit de grafiek.

Extra: Je kan ook de grafiek van de cosinusfunctie met behulp van een horizontale verschuiving verkrijgen vanuit de grafiek van de sinusfunctie.

LPD 13 De leerlingen analyseren kenmerken van een algemene sinusfunctie aan de hand van de grafiek: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extrema, symmetrie, periode en amplitude.

Samenhang derde graad: Trillingen en golven (III-Nat-d LPD 6F; III-NatS"-d LPD 6F)

Wenk: Naast periode en amplitude kunnen (bv. afhankelijk van de context) ook de begrippen frequentie, evenwichtslijn/evenwichtspositie en faseverschuiving worden gebruikt om de parameters in het voorschrift te beschrijven.

Wenk: Je kan de grafiek laten schetsen zonder ICT of tekenen met ICT.

Wenk: Je kan contexten gebruiken zoals getijden, temperatuur, cirkelvormige bewegingen, harmonische trillingen (bv. geluidsgolven) en ademhaling. Je kan dan ook vraagstukken of problemen laten oplossen. Als een vraag aanleiding geeft tot een goniometrische vergelijking, dan kan die grafisch worden opgelost met behulp van ICT.

LPD K2 De leerlingen lossen goniometrische vergelijkingen van de vorm $\sin(ax + b) = c$ algebraïsch op.

2de graad: Goniometrische getallen van verwante hoeken (II-WisS-d LPD 16)

Wenk: In niet alle richtingen van de tweede graad komen verwante hoeken aan bod. In functie van dit leerplandoel volstaat de gelijkheid van de sinus van supplementaire hoeken.

Wenk: Je kan ook vergelijkingen aan bod laten komen die herleidbaar zijn tot deze vorm. Zo kan je de nulwaarden van algemene sinusfunctie algebraïsch bepalen.

4.2.4 Afgeleiden

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 14 De leerlingen interpreteren de afgeleide als limiet van een differentiequotiënt en als richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek.

2de graad: Richtingscoëfficiënt van een eerstegraadsfunctie (II-Wis-d LPD 18; II-Wis'-d LPD 18; II-WisS-d LPD 22)

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het verschil tussen gemiddelde verandering versus

ogenblikkelijke verandering (bv. trajectcontrole versus flitspaal). Dat verschil kan ook grafisch worden geduid.

Wenk: Een informeel of intuïtief begrip van het limietbegrip is voldoende. Je kan de afgeleide in een punt benaderend bepalen via een tabel van functiewaarden (gebruik makend van ICT).

Wenk: Voorbeelden van contexten: snelheid, versnelling, marginale grootheden in de economie, debiet, helling van een berg.

LPD 15 De leerlingen leggen grafisch het verband tussen een functie en haar afgeleide functie.

Wenk: In dit leerplandoel wordt de overgang gemaakt van afgeleide in een punt naar afgeleide functie. Die overgang kan bijvoorbeeld worden ingeleid via toenamedigrammen. Je kan ook met behulp van ICT de raaklijn aan de grafiek laten variëren en tegelijkertijd de hellingsgrafiek tekenen.

Wenk: Omdat het verband grafisch moet worden gelegd, kan je werken met willekeurige functies zonder expliciet functievoorschrift. Je kan de grafiek van een functie met de grafiek van haar afgeleide functie laten verbinden of omgekeerd, de grafiek van een afgeleide functie laten verbinden met de grafiek van de originele functie. Je kan ook de grafieken laten schetsen. Als tussenstap kan het aangewezen zijn om de tekentabel van de afgeleide functie te laten opstellen. Je kan zo ook de link leggen met maxima of minima van functies.

Extra: Je kan ook algebraïsch het verband leggen voor specifieke functietypes, bv. eerste- en tweedegraadsfuncties.

4.3 Algebra: matrices (keuzedeel)

LPD K3 De leerlingen voeren bewerkingen uit met matrices: optelling, scalaire vermenigvuldiging, matrixvermenigvuldiging, machtsverheffing en transpositie.

Wenk: Matrices en bewerkingen met matrices kunnen worden ingevoerd vanuit toepassingen, waar matrices worden gebruikt als handige opslagplaats voor gegevens.

Wenk: Niet alle eigenschappen voor het rekenen met getallen zijn ook geldig voor het rekenen met matrices. Je kan met voorbeelden aangeven dat het matrixproduct niet-commutatief is (wel associatief) en dat nuldelers bestaan.

LPD K4 De leerlingen gebruiken matrixmodellen om evoluties te beschrijven.

Wenk: Voorbeelden van contexten: evolutie van populaties (Lesliematrices), migratiepatronen (migratiematrices), het aantal wegen tussen knooppunten in netwerk (verbindingsmatrices), het koopgedrag bij een groep consumenten (Markovketens). Het matrixmodel kan gemakkelijker worden opgesteld nadat het probleem door middel van een graaf is gevisualiseerd.

Wenk: Je kan ICT gebruiken bij het berekenen van machten van matrices.

Wenk: Je kan de evolutie op de lange termijn bekijken. Zo kan je onderzoeken of er bv.



stabilisatie optreedt.

4.4 Discrete wiskunde: rijen

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 16 De leerlingen gebruiken rekenkundige en meetkundige rijen om patronen te beschrijven.

- ★ Recursief en expliciet voorschrift
Formule voor de som van de eerste n termen

Wenk: Je kan enkelvoudige en samengestelde intrest gebruiken als context.

Wenk: Je kan rijen bekijken als discrete functies en zo de link leggen tussen rekenkundige rijen en eerstegraadsfuncties en tussen meetkundige rijen en exponentiële functies. Je kan ook de grafiek van de discrete functie tekenen om de kenmerken van de rij zichtbaar te maken.

4.5 Data en onzekerheid

4.5.1 Kansrekenen

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 17 De leerlingen bepalen kansen met behulp van kruistabellen, boomdiagrammen en de wet van Laplace.

- ★ Verband tussen relatieve frequentie en kans

2de graad: Telproblemen met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen (II-Wis-d LPD 25; II-Wis'-d LPD 29; II-WisS-d LPD 35)

Wenk: Bij een groot aantal herhalingen van een kansexperiment zal de relatieve frequentie van een gebeurtenis naderen naar de kans (wet van de grote aantallen). Je kan dat fenomeen tonen, bv. via simulaties met behulp van ICT. In situaties waarbij de exacte kans niet is gekend, kan je dat idee ook gebruiken om de kans te schatten (bv. gooien met oneerlijke dobbelsteen, kans op overlijden op bepaalde leeftijd).

Wenk: De kansberekeningen zijn beperkt in complexiteit (bv. geen combinaties of variaties nodig).

Wenk: Je kan de terminologie van gebeurtenis, uitkomst en uitkomstenverzameling gebruiken.

Wenk: Via kruistabellen of boomdiagrammen kunnen voorwaardelijke of marginale kansen worden bepaald zonder een theoretische insteek van kanswetten (bv. totale kans en Bayes).

Extra: Je kan ook andere diagrammen gebruiken bij het bepalen van kansen zoals Venndiagrammen of roosterdiagrammen (bv. gooien met twee dobbelstenen).

4.5.2 Statistiek

Minimumdoelen, specifieke minimumdoelen of doelen die leiden naar BK

LPD 18 De leerlingen verklaren het belang van randomisatie en representativiteit bij steekproeven voor het formuleren van statistische besluiten over een populatie.

- ★ Variabiliteit van steekproeven
Aselecte steekproef

Wenk: Je kan aangeven dat er in een populatie leden zitten met verschillende eigenschappen. Om conclusies te kunnen trekken uit onderzoek moet de steekproef een goede weerspiegeling zijn van de populatie (representatief). Randomisatie bij steekproefselectie wordt gebruikt als middel om representativiteit te bekomen. Bij een aselecte steekproef hebben alle leden uit de populatie een even grote kans om te worden gekozen.

Wenk: Je kan enkele redenen geven voor het werken met een steekproef in plaats van met de volledige populatie. Voorbeelden: onmogelijk om iedereen te bereiken, beperking in duurtijd onderzoek, beperking kostprijs.

Wenk: Je kan concrete voorbeelden geven van vertekende steekproeven (selectiebias).

Wenk: Je kan uitleggen hoe randomisatie in de praktijk kan worden verkregen (door bewust toeval in te schakelen). Voorbeelden: lukraak papiertjes trekken uit een hoed, alle leden van de populatie nummeren en dan randomgetallen genereren met ICT.

Wenk: Je kan steekproefvariabiliteit illustreren via simulaties met behulp van ICT.

Extra: Je kan aandacht schenken aan de steekproefgrootte. Het is een misconceptie dat grote steekproeven steeds representatief zijn. Bij random steekproeven worden best wel voldoende grote steekproeven gebruikt (om de foutenmarge voldoende klein te houden).

Extra: Je kan voorbeelden geven van andere selectiemethodes van steekproeven (dan een enkelvoudige random steekproef) zoals een getrapte steekproef of een gestratificeerde steekproef.

LPD 19 De leerlingen leggen in concrete situaties het verschil uit tussen samenhang en causaliteit.

Wenk: In bepaalde studierichtingen van de tweede graad komen spreidingsdiagrammen aan bod (LPD 34 in leerplan Wiskunde B+ en LPD 40 in Wiskunde B+S); in Welzijnswetenschappen in de derde graad via het aparte leerplan Statistiek'. Spreidingsdiagrammen zijn niet noodzakelijk als voorkennis voor dit leerplandoel, maar je kan er eventueel wel gebruik van maken.

Wenk: Samenhang of correlatie tussen twee variabelen wordt vaak onterecht geïnterpreteerd als een oorzaak-gevolg-relatie of causaliteit. Soms is er enkel sprake van samenhang omwille van de verstoring door een derde verborgen variabele (confounding); in andere gevallen worden bijvoorbeeld oorzaak en gevolg omgedraaid. In sommige gevallen is zelfs de samenhang eerder ontstaan door toevalligheden. Je kan die situaties via concrete voorbeelden tonen.



Wenk: Je kan aandacht schenken aan misleidingen (bv. reclameboodschappen en nepnieuws) die te herleiden zijn tot dit leerplandoel.

Wenk: Je kan het verschil uitleggen tussen observationeel onderzoek (waarbij het moeilijk is om causaliteit aan te tonen omwille van mogelijke verborgen variabelen) en experimenteel onderzoek (dat ontworpen is om causaliteit aan te tonen). Experimenteel onderzoek wordt bijvoorbeeld gebruikt voor het testen van een geneesmiddel: er wordt dan gewerkt met een testgroep en controlegroep. Soms is experimenteel onderzoek niet aangewezen, bv. bij onderzoek naar de gevolgen van roken.

LPD 20 De leerlingen gebruiken de normale verdeling als continu model bij gegeven data.

- ★ Grafische beoordeling van de toepasbaarheid van het model
Rekenkundig gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data als schatting voor de parameters van het model
Grafische betekenis van gemiddelde en standaardafwijking van een normaal verdeelde kansvariabele in termen van de Gausskromme

2de graad: Rekenkundig gemiddelde en standaardafwijking (II-Wis-d LPD 28; II-Wis'-d LPD 32; II-WisS-d LPD 38)

Wenk: Je kan intuïtief de overgang verklaren van een histogram naar een dichtheidsfunctie door over te gaan op relatieve frequenties per eenheid (door te delen door de breedte van elk interval) en door een vloeiende kromme over het diagram te tekenen.

Wenk: Je kan het model grafisch beoordelen door te kijken of de gegevens aanleiding geven tot een klokvormig histogram of door over het histogram de dichtheidsfunctie van de normale verdeling met geschatte parameters te tekenen.

Wenk: Je kan via voorbeelden (bv. met niet-symmetrische verdeling) aangeven dat niet alle gegevens normaal verdeeld zijn. Concreet voorbeeld: loon van een populatie.

Wenk: ICT is aangewezen om het gemiddelde en de standaardafwijking van een steekproef te berekenen.

Wenk: Je kan aangeven dat het gemiddelde van een normaal verdeelde kansvariabele overeen komt met de x -coördinaat van de top van de Gausskromme en de standaardafwijking met de horizontale afstand van de top tot één van de twee buigpunten. Je kan ook het verband aangeven tussen de standaardafwijking en de hoogte van de Gausskromme.

Extra: Je kan Z-scores laten bepalen en interpreteren.

Extra: Je kan bij de beoordeling van het model ook de 68-95-99,7-regel of een QQ-plot gebruiken (met behulp van ICT).

LPD 21 De leerlingen berekenen kansen bij een normaal verdeelde kansvariabele.

Wenk: Je kan kansen interpreteren als de oppervlakte van een gepast gebied onder de Gausskromme.

Wenk: ICT kan worden ingeschakeld om kansen te bepalen, tenzij eventueel de standaard vuistregels kunnen worden gebruikt, bv. interval $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ met 68%

kans en interval $[\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ met 95% kans.

LPD K5 De leerlingen leggen in betekenisvolle situaties de betekenis uit van nulhypothese, alternatieve hypothese, significantieniveau en p-waarde.

Duiding: Voor de studierichtingen Freinetpedagogie, Humane Wetenschappen en Welzijnswetenschappen zijn hypothesetoetsen als verplichte leerinhoud opgenomen in het leerplan Statistiek (III-Sta-d of III-Sta'-d).

Wenk: Je kan de nulhypothese en alternatieve hypothese in een concrete situatie laten beschrijven door de leerlingen. Je kan leerlingen het resultaat van een hypothesetoets laten interpreteren. De nadruk ligt op de betekenis van de gebruikte begrippen. Zo is de p-waarde de kans dat in de (steekproeven)verdeling bepaald door de nulhypothese, de waarde vanuit de steekproef wordt behaald of (eenzijdig of tweezijdig) wordt overschreden. Je kan het begrip steekproevenverdeling illustreren via simulaties met behulp van ICT en de link leggen met variabiliteit van steekproeven.

Extra: Je kan hypothesetoetsen opstellen voor populatieproporties of populatiegemiddeldes met behulp van ICT.

5 Basisuitrusting

Basisuitrusting verwijst naar de infrastructuur en het (didactisch) materiaal die beschikbaar moeten zijn voor de realisatie van de leerplandoelen.

5.1 Infrastructuur

Een leslokaal

- dat qua grootte, akoestiek en inrichting geschikt is om communicatieve werkvormen te organiseren;
- met een bord;
- met een (draagbare) computer waarop de nodige software en audiovisueel materiaal kwaliteitsvol werkt en die met internet verbonden is;
- met de mogelijkheid om (bewegend beeld) kwaliteitsvol te projecteren;
- met de mogelijkheid om geluid kwaliteitsvol weer te geven;
- met de mogelijkheid om draadloos internet te raadplegen met een aanvaardbare snelheid.

Toegang tot (mobile) devices voor leerlingen.

5.2 Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken

Om de leerplandoelen te realiseren beschikt elke leerling minimaal over onderstaand materiaal. De school bespreekt in de schoolraad wie (de school of de leerling) voor dat materiaal zorgt. De school houdt daarbij uitdrukkelijk rekening met gelijke kansen voor alle leerlingen.

- ICT-middel, zoals een (mobile) device of rekentoestel, om berekeningen uit te voeren en om grafische voorstellingen te maken.



6 Glossarium

In het glossarium vind je synoniemen voor en een toelichting bij een aantal handelingswerkwoorden die je terugvindt in leerplandoelen en (specifieke) minimumdoelen van verschillende graden.

Handelingswerkwoord	Synoniem	Toelichting
Analyseren		Verbanden zoeken tussen gegeven data en een (eigen) besluit trekken
Beargumenteren	Verklaren	Motiveren, uitleggen waarom
Beoordelen	Evalueren	Een gemotiveerd waardeoordeel geven
Berekenen	Berekeningen uitvoeren	
Berekeningen uitvoeren	Berekenen	
Beschrijven	Toelichten, uitleggen	
Betekenis geven aan	Interpreteren	
Een (...) cyclus doorlopen	Een (...) proces doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Een (...) proces doorlopen	Een (...) cyclus doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Evalueren	Beoordelen	
Gebruiken	Hanteren, inzetten, toepassen	
Hanteren	Gebruiken, inzetten, toepassen	
Identificeren		Benoemen; aangeven met woorden, beelden ...
Illustreeren		Beschrijven (toelichten, uitleggen) aan de hand van voorbeelden
In dialoog gaan over	In interactie gaan over	
In interactie gaan over	In dialoog gaan over	
Interpreteren	Betekenis geven aan	
Inzetten	Gebruiken, hanteren, toepassen	
Kritisch omgaan met	Kritisch gebruiken	
Kwantificeren		Beredeneren door gebruik te maken van verbanden, formules, vergelijkingen ...
Onderzoeken	Onderzoek voeren	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Onderzoek voeren	Onderzoeken	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Reflecteren over		Kritisch nadenken over en argumenten afwegen zoals in een dialoog, een gedachtewisseling, een paper
Testen	Toetsen	
Toelichten	Beschrijven, uitleggen	

Toepassen	Gebruiken, hanteren, inzetten	
Toetsen	Testen	
Uitleggen	Beschrijven, toelichten	
Verklaren	Beargumenteren	Motiveren, uitleggen waarom

7 Concordantie

7.1 Concordantietabel

De concordantietabel geeft duidelijk aan welke leerplandoelen de minimumdoelen (MD) realiseren.

Leerplandoel	Minimumdoelen
1	MD 06.19
2	MD 06.20
3	MD 06.21
4	MD 06.18
5	MD 06.02
6	MD 06.11
7	MD 06.01
8	MD 06.05
9	MD 06.07
10	MD 06.06
11	MD 06.08
12	MD 06.09
13	MD 06.10
14	MD 06.03
15	MD 06.04
16	MD 06.12
17	MD 06.13
18	MD 06.14



19	MD 06.15
20	MD 06.16
21	MD 06.17

7.2 Minimumdoelen basisvorming

06.01 De leerlingen rekenen met reële getallen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Machten met rationale exponent, n-de machtswortels en logaritmen met willekeurig grondtal met rekenregels en eigenschappen met symbolen

06.02 De leerlingen brengen met behulp van de grafiek, kenmerken van een functie in verband met de betekenisvolle situatie die door de functie beschreven wordt.

06.03 De leerlingen interpreteren de afgeleide als limiet van een differentiequotiënt en als richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek.

06.04 De leerlingen leggen grafisch het verband tussen een functie en haar afgeleide functie.

06.05 De leerlingen analyseren kenmerken van de functie $f(x)=a^x$: domein, bereik, stijgen/dalen, toenemende stijging/afnemende daling, horizontale asymptoot en gedrag op oneindig.

06.06 De leerlingen gebruiken modellen voor exponentiële groei.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Beginwaarde, groeifactor

06.07 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x) + k$ en $k \cdot f(x)$ om de grafiek van een algemene exponentiële functie $f(x)=b \cdot a^x + c$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x)=a^x$.

06.08 De leerlingen tekenen de grafiek van de functie $f(x)=\sin x$ vanuit de goniometrische cirkel.

06.09 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm $f(x)+k$, $f(x-k)$, $f(x/k)$ en $k \cdot f(x)$ om de grafiek van een algemene sinusfunctie $f(x)=a \cdot \sin[b(x-c)]+d$ op te bouwen vanuit de grafiek van $f(x)=\sin x$.

06.10 De leerlingen analyseren kenmerken van een algemene sinusfunctie aan de hand van de grafiek: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extrema, symmetrie, periodiciteit en amplitude.

06.11 De leerlingen lossen vergelijkingen grafisch op met behulp van ICT.

06.12 De leerlingen gebruiken rekenkundige en meetkundige rijen om patronen te beschrijven.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Recursief voorschrift, formule voor de algemene term
- Formule voor de som van de eerste n termen

06.13 De leerlingen bepalen kansen met behulp van kruistabellen, boomdiagrammen en de wet van Laplace.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Verband tussen relatieve frequentie en kans

06.14 De leerlingen verklaren het belang van randomisatie en representativiteit bij steekproeven voor het formuleren van statistische besluiten over een populatie.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Variabiliteit van steekproeven
- Aselecte steekproef

06.15 De leerlingen leggen in concrete situaties het verschil uit tussen samenhang en causaliteit.

06.16 De leerlingen gebruiken de normale verdeling als continu model bij gegeven data.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Grafische beoordeling van de toepasbaarheid van het model
- Rekenkundig gemiddelde en de standaardafwijking van de gegeven data als schatting voor de parameters van het model
- Grafische betekenis van gemiddelde en standaardafwijking van een normaal verdeelde kansvariabele in termen van de Gausskromme

06.17 De leerlingen berekenen kansen bij een normaal verdeelde kansvariabele.

06.18 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen.

Voetnoot:

Rekening houdend met concepten van de derde graad.

06.19 De leerlingen beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten uit de derde graad.

06.20 De leerlingen lossen vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Voetnoot:

Rekening houdend met concepten van de derde graad.

06.21 De leerlingen gebruiken ICT om berekeningen uit te voeren en grafische voorstellingen te maken.

Voetnoot:

Rekening houdend met concepten van de derde graad.

7.3 Specifieke minimumdoelen

06.07.01 De leerlingen bepalen het voorschrift of de grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere representatie gegeven is.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Voorschrift $f(x)=a(x-p)^2+q$
- Voorschrift $f(x)=ax^2+bx+c$

06.07.02 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.

06.07.03 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende in de verzameling van de reële getallen algebraïsch op.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Ontbinding in factoren
- Discriminant

7.4 Concordantietabel van SMD naar LPD

SMD 06.07.01	II-Wis'-d LPD 24, 25
SMD 06.07.02	II-Wis'-d LPD 26
SMD 06.07.03	II-Wis'-d LPD 28



Inhoud

1	Inleiding.....	3
1.1	Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten	3
1.2	De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs	3
1.3	Ruimte voor leraren(teams) en scholen	4
1.4	Differentiatie	4
1.5	Opbouw van leerplannen.....	6
2	Situering	7
2.1	Samenhang met de tweede graad	7
2.2	Samenhang in de derde graad	7
2.2.1	Samenhang met andere leerplannen Wiskunde binnen de finaliteit.....	7
2.3	Plaats in de lessentabel.....	7
3	Pedagogisch-didactische duiding	8
3.1	Wiskunde en het vormingsconcept	8
3.2	Krachtlijnen	8
3.3	Opbouw.....	8
3.4	Leerlijnen.....	9
3.4.1	Samenhang met de tweede graad	9
3.4.2	Samenhang in de derde graad	9
3.5	Aandachtspunten	10
3.6	Leerplanpagina.....	10
4	Leerplandoelen	11
4.1	Problemen oplossen en wiskundig redeneren	11
4.2	Analyse	12
4.2.1	Grafisch onderzoek	12
4.2.2	Exponentiële functies.....	13
4.2.3	Goniometrische functies	15
4.2.4	Afgeleiden	16
4.3	Algebra: matrices (keuzedeel)	17
4.4	Discrete wiskunde: rijen.....	18
4.5	Data en onzekerheid	18
4.5.1	Kansrekenen.....	18
4.5.2	Statistiek.....	19

5	Basisuitrusting	21
5.1	Infrastructuur	21
5.2	Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken	21
6	Glossarium.....	22
7	Concordantie	23
7.1	Concordantietabel.....	23
7.2	Minimumdoelen basisvorming	24
7.3	Specifieke minimumdoelen.....	25
7.4	Concordantietabel van SMD naar LPD	25

ONTWERP