

Wiskunde Complementair
3de graad D-finaliteit
III-WiCo-d

BRUSSEL

D/2025/13.758/123

Versie september 2025

1 Inleiding

De uitrol van de modernisering secundair onderwijs gaat gepaard met een nieuwe generatie leerplannen. Leerplannen geven richting en laten ruimte. Ze faciliteren de inhoudelijke dynamiek en de continuïteit in een school en lerarenteam. Ze garanderen binnen het kader dat door de Vlaamse regering werd vastgelegd voldoende vrijheid voor schoolbesturen om het eigen pedagogisch project vorm te geven vanuit de eigen schoolcontext. Leerplannen zijn ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. Ze versterken het eigenaarschap van scholen die d.m.v. eigen beleidskeuzes de vorming van leerlingen gestalte geven. Leerplannen laten ruimte voor het vakinhoudelijk en pedagogisch-didactisch meesterschap van de leraar, maar bieden ondersteuning waar nodig.

1.1 Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten

Leerplannen vertrekken vanuit het **vormingsconcept** van de katholieke dialoogschool. Ze laten toe om optimaal aan te sluiten bij het pedagogisch project van de school en de beleidsbeslissingen die de school neemt vanuit haar eigen visie op onderwijs (taalbeleid, evaluatiebeleid, zorgbeleid, ICT-beleid, kwaliteitsontwikkeling, keuze voor vakken en lessen ...).

Leerplannen ondersteunen **kwaliteitsontwikkeling**: het leerplanconcept spoort met kwaliteitsverwachtingen van het Referentiekader onderwijskwaliteit (ROK). Kwaliteitsontwikkeling volgt dan als vanzelfsprekend uit keuzes die de school maakt bij de implementatie van leerplannen.

Leerplannen faciliteren een **gerichte studiekeuze**. De leerplandoelen sluiten aan bij de verwachte competenties van leerlingen in een bepaald structuuronderdeel. De feedback en evaluatie bij de realisatie ervan beïnvloeden op een positieve manier de keuze van leerlingen na elke graad.

Leerplannen gaan uit van de **professionaliteit** van de leraar en het **eigenaarschap** van de school en het lerarenteam. Ze bieden voldoende ruimte voor eigen inhoudelijke keuzes en een eigen didactische aanpak van de leraar, het lerarenteam en de school.

Leerplannen borgen de **samenhang** in de vorming. Die samenhang betreft de verticale samenhang (de plaats van het leerplan in de opbouw van het curriculum) en de horizontale samenhang tussen vakken binnen structuuronderdelen en over structuuronderdelen heen. Leerplannen geven expliciet aan voor welke leerplandoelen van andere leerplannen in de school verdere afstemming mogelijk is. Op die manier faciliteren en stimuleren de leerplannen leraren om over de vakken heen samen te werken en van elkaar te leren. Een verwijzing van een leraar naar de lessen van een collega laat leerlingen niet alleen aanvoelen dat de verschillende vakken onderling samenhangen en dat ze over dezelfde werkelijkheid gaan, maar versterkt ook de mogelijkheden tot transfer.

1.2 De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs

De leerplannen vertrekken vanuit een gedeelde inspiratie die door middel van een vormingscirkel voorgesteld wordt. We 'lezen' de cirkel van buiten naar binnen.

- Een lerarenteam werkt in een katholieke dialoogschool die onderwijs verstrekt vanuit een **specifieke traditie**. Vanuit het eigen pedagogisch project kiezen leraren voor wat voor hen en hun school goed



onderwijs is. Ze wijzen leerlingen daarbij de weg en gebruiken daarvoor **wegwijzers**. Die zijn een inspiratiebron voor leraren en zorgen voor een Bijbelse 'drive' in hun onderwijs.

- De kwetsbaarheid van leerlingen ernstig nemen betekent dat elke leerling **belooftevol** is en alle leerkansen verdient. Die leerling is **uniek als persoon** maar ook **verbonden** met de klas, de school en de bredere samenleving. Scholen zijn **gastvrije plaatsen** waar leerlingen en leraren elkaar ontmoeten in diverse contexten. De leraar vormt zijn leerlingen vanuit een **genereuze** attitude, hij geeft om zijn leerlingen en hij houdt van zijn vak. Hij durft af en toe de gebaande paden verlaten en stimuleert de **verbeelding en creativiteit** van leerlingen. Zo zaait hij door zijn onderwijs de kiemen van een hoopvolle, **meer duurzame en meer rechtvaardige wereld**.
- Leraren vormen leerlingen door middel van leerinhouden die we groeperen in negen **vormingscomponenten**. De aaneengesloten cirkel van vormingscomponenten wijst erop dat vorming een geheel is en zich niet in schijfjes laat verdelen. Je kan onmogelijk over taal spreken zonder over cultuur bezig te zijn; wetenschap en techniek hebben een band met economie, wiskunde, geschiedenis ... Dwarsverbanden doorheen de vakken zijn belangrijk. De vormingscirkel vormt dan ook een dynamisch geheel van elkaar voortdurend beïnvloedende en versterkende componenten.
- Vorming is voor een leraar nooit te herleiden tot een cognitieve overdracht van inhouden. Zijn meesterschap en passie brengt een leraar ertoe om voor iedere leerling de juiste woorden en gebaren te zoeken om **de wereld te ontsluiten**. Hij introduceert leerlingen in de wereld waarvan hij houdt. Een leraar zorgt er bijvoorbeeld voor dat leerlingen kunnen worden gegrepen door de cultuur van het Frans of door het ambacht van een metselaar. Hij initieert leerlingen in een wereld en probeert hen zover te brengen dat ze er hun eigen weg in kunnen vinden.
- Een leraar vormt leerlingen als **individuele leraar**, maar werkt ook binnen **lerarenteams** en binnen een **beleid van de school**. Het Gemeenschappelijk funderend leerplan helpt daartoe. Het zorgt voor het fundament van heel de vorming dat gerealiseerd wordt in vakken, in projecten, in schoolbrede initiatieven of in een specifieke schoolcultuur.
- De uiteindelijke bedoeling is om **alle leerlingen** kwaliteitsvol te vormen. Leerlingen zijn dan ook het hart van de vormingscirkel, zij zijn het op wie we inzetten. Zij dragen onze hoop mee: de nieuwe generatie die een meer duurzame en meer rechtvaardige wereld zal creëren.



1.3 Ruimte voor leraren(teams) en scholen

De leraar als professional, als meester in zijn vak krijgt vrijheid om samen met zijn collega's vanuit de leerplannen aan de slag te gaan. Hij kan eigen accenten leggen en differentiëren vanuit zijn passie, expertise, het pedagogisch project van de school en de beginsituatie van zijn leerlingen.

De leerplandoelen zijn noch chronologisch, noch hiërarchisch geordend. Ze laten ruimte aan het lerarenteam en de individuele leraar om te bepalen welke leerplandoelen op welk moment worden samengenomen, om didactische werkvormen te kiezen, contexten te bepalen, eigen leerlijnen op te bouwen, vakoverschrijdend te werken, flexibel om te gaan met een indicatie van onderwijstijd.

1.4 Differentiatie

Om optimale leerkansen te bieden is [differentiëren](#) van belang in alle leerlingengroepen. Leerlingen voor wie dit leerplan is bestemd, behoren immers wel tot dezelfde doelgroep, maar bevinden zich niet noodzakelijk in dezelfde beginsituatie. Zij hebben een niet te onderschatten – maar soms sterk verschillende – bagage mee vanuit de onderliggende graad, de thuissituatie en vormen van informeel leren. Het is belangrijk om zicht te krijgen op die aanwezige kennis en vaardigheden en vanuit dat gegeven, soms gedifferentieerd, verder te bouwen. Positief en planmatig omgaan met verschillen tussen leerlingen verhoogt de motivatie, het welbevinden en de leerwinst voor elke leerling.

De leerplannen bieden kansen om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden en door de leeromgeving aan te passen. Ze nodigen ook uit om te differentiëren in evaluatie.

Differentiatie door te verdiepen en te verbreden

Sommige leerlingen denken meer conceptueel en abstract. Andere leerlingen komen vanuit een meer concrete benadering sneller tot inzichtelijk denken. Variëren in abstractie spreekt leerlingen aan op hun capaciteiten en daagt hen uit om van daaruit te groeien.

Daarnaast bieden leerplannen kansen om de complexiteit van leerinhouden aan te passen. Dat kan door een complexere situatie te schetsen, een minder ingewikkelde bewerking of handeling voor te stellen, of door meer kennis of vaardigheden aan te bieden om leerlingen uit te dagen.

De ene context kan betekenisvol zijn voor een leerlingengroep, terwijl een andere context dan weer betekenisvoller kan zijn voor een andere leerlingengroep. Leerinhouden in verschillende contexten aanbrenge biedt kansen om leerlingen aan te spreken op hun interesses en daagt hen tegelijk uit om andere interesses te verkennen en zo hun horizon te verruimen.

In 'extra' wenken bij de leerplandoelen en in beperkte mate ook via keuzeleerplandoelen bieden we je inspiratie om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden.

Differentiatie door de leeromgeving aan te passen

Doordachte variatie in werkvormen (groepswerk, individueel, auditief, visueel, actief ...) vergroot de kans dat leerdoelen worden gerealiseerd door alle leerlingen. Het helpt hen bovendien ontdekken welke manieren van leren en informatie verwerken best bij hen passen.

De ene leerling kan snel of zelfstandig werken, de andere heeft meer tijd of begeleiding nodig. Variëren in de mate van ondersteuning, gericht aanbieden van hulpmiddelen (voorbeelden, schrijfkaders, stappenplannen ...) en meer of minder tijd geven, daagt leerlingen uit op hun niveau en tempo.

Leerlingen op hun niveau en vanuit eigen interesses laten werken kan door te differentiëren in product, bijvoorbeeld door leerlingen te laten kiezen tussen opdrachten die leiden tot verschillende eindproducten.

Het samenstellen van groepen kan een effectieve manier zijn om te differentiëren. Rekening houden met verschil in leerdoelen en leerlingenkenmerken laat leerlingen toe van en met elkaar te leren.

Technologie kan al die vormen van differentiatie ondersteunen. Zo kunnen leerlingen op hun maat werken met digitale leermiddelen zoals educatieve software of online oefenprogramma's.

Differentiatie in evaluatie

Tenslotte laten de leerplannen toe te differentiëren in [evaluatie](#) en feedback. Evalueren is beoordelen om te waarderen, krachtiger te maken en te sturen.

Na de afronding van een lessenreeks of na een langere periode gaan leraren door middel van summatieve evaluatie na waar leerlingen staan. De keuze van een evaluatie- en feedbackvorm is afhankelijk van de vooropgestelde doelen.



Formatieve evaluatie is geïntegreerd in het leerproces en gaat uit van een actieve betrokkenheid van leraar en leerling. Het zet leerlingen aan het denken over hun vorderingen en laat leraren toe om tijdens het leerproces effectieve feedback te geven. Door middel van formatieve evaluatie krijgen leraren een goed zicht op het leerproces van leerlingen zodat ze het verder gericht en waar nodig kunnen bijsturen. Het is bovendien een rijke bron voor leraren om te reflecteren over de eigen onderwijspraktijk en de eigen pedagogisch-didactische aanpak bij te sturen.

1.5 Opbouw van leerplannen

Elk leerplan is opgebouwd volgens een vaste structuur. Alle onderdelen maken inherent deel uit van het leerplan. Schoolbesturen van Katholiek Onderwijs Vlaanderen die de leerplannen gebruiken, verbinden zich tot de realisatie van het gehele leerplan.

De **inleiding** licht het leerplanconcept toe en gaat dieper in op de visie op vorming, de ruimte voor leraren(teams) en scholen en de mogelijkheden tot differentiatie.

De **situering** geeft aan waarop het leerplan is gebaseerd en beschrijft de samenhang binnen de graad en met de onderliggende graad, en de plaats in de lessentabel.

In de **pedagogisch-didactische duiding** komen de inbedding in het vormingsconcept, de krachtlijnen, de opbouw, de leerlijnen, de aandachtspunten met o.m. nieuwe accenten van het leerplan aan bod.

De **leerplandoelen** zijn helder geformuleerd en geven aan wat van leerlingen wordt verwacht. Waar relevant geeft een opsomming of een afbakening (★) aan wat bij de realisatie van het leerplandoel aan bod moet komen. Ook pop-ups bevatten informatie die noodzakelijk is bij de realisatie van het leerplandoel. De leerplandoelen zijn ingedeeld in een aantal rubrieken. Waar relevant wordt de samenhang met andere leerplannen in dezelfde graad aangegeven, evenals de samenhang met de onderliggende graad. 'Duiding' bij een leerplandoel bevat een noodzakelijke toelichting bij het doel. In pedagogisch-didactische wenken vinden leraren inspiratie om met het leerplandoel aan de slag te gaan. Een rubriek 'extra' bij een leerplandoel biedt leraren inspiratie om verder te gaan dan wat het leerplandoel minimaal vraagt.

De **basisuitrusting** geeft aan welke materiële uitrusting vereist is om de leerplandoelen te kunnen realiseren.

Het **glossarium** bevat een overzicht van handelingswerkwoorden die in alle leerplannen van de graad als synoniem van elkaar worden gebruikt of meer toelichting nodig hebben.

2 Situering

2.1 Samenhang met de tweede graad

Het complementaire leerplan Wiskunde bouwt verder op het leerplan Wiskunde B+S'' (II-WisS''-d) voor studierichtingen van de tweede graad D-finaliteit.

2.2 Samenhang in de derde graad

Het complementaire leerplan Wiskunde is een aanvulling op het leerplan Wiskunde B+S'' (III-WisS''-d) van de derde graad D-finaliteit.

2.3 Plaats in de lessentabel

Het complementaire leerplan is bestemd voor volgende studierichtingen van de doorstroomfinaliteit:

- Economie-Wiskunde;
- Grieks-Wiskunde;
- Latijn-Wiskunde;
- Technologische wetenschappen en engineering;
- Wetenschappen-Wiskunde.

Het geheel van de algemene en specifieke vorming in elke studierichting vind je terug op de [PRO-pagina](#) met alle vakken en leerplannen die gelden per studierichting.

3 Pedagogisch-didactische duiding

3.1 Wiskunde en het vormingsconcept

Het leerplan Wiskunde is ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialogeschool. In het leerplan ligt de nadruk op de wiskundige vorming. Leerlingen leren om wiskundig te redeneren en te communiceren en om problemen op te lossen door gebruik te maken van wiskundige concepten en procedures. Daarnaast zijn er tal van interacties met andere vormingscomponenten zoals de natuurwetenschappelijke en technische vorming en de maatschappelijke vorming. Leerlingen leren wiskunde in verschillende wetenschapsgebieden te gebruiken en het helpt hen om kritisch denkende burgers te worden in de maatschappij.

Uit die vormingscomponenten zijn de krachtlijnen van het leerplan ontstaan.

3.2 Krachtlijnen

Wiskundige begrippen, concepten, eigenschappen en methodes begrijpen en toepassen

Leerlingen ontwikkelen inzicht in begrippen, concepten, eigenschappen en methodes op vlak van meetkunde, analyse, algebra, discrete wiskunde, kansrekenen en statistiek. De leerlingen leren ze ook in te zetten.

Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

Leerlingen ontwikkelen hun wiskundige taalvaardigheid en denk- en redeneervaardigheid. Ze leren wiskundige redeneringen te beargumenteren en te communiceren.

Wiskundig modelleren en probleemoplossend denken

Leerlingen leren gebruik te maken van wiskundige modellen. Ze beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten. Ze lossen ook vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Samenhang binnen wiskunde ontdekken en interacties tussen wiskunde en andere domeinen analyseren

Aan de hand van diverse contexten en voorbeelden van wiskundige toepassingen in verschillende domeinen krijgen leerlingen meer inzicht in wisselwerkingen. Ze ontdekken ook de samenhang binnen de wiskunde zelf en interpreteren wiskundige informatie uit de maatschappij op een kritische manier.



3.3 Opbouw

Overzicht van de rubrieken en deelrubrieken bij de leerplandoelen.

- Wiskundig redeneren
 - Predicatenlogica
- Meetkunde
 - Analytische vlakke meetkunde: kegelsneden
 - Analytische vlakke meetkunde: krommen en meetkundige plaatsen
 - Analytische ruimtemeetkunde: oppervlakken
 - Euclidische, affiene en projectieve meetkunde
- Analyse
 - Integralen
 - Differentiaalvergelijkingen
 - Reeksen
 - Numerieke methodes
- Algebra
 - Matrices
 - Algebraïsche structuur: groepen
 - Algebraïsche structuur: vectorruimten
 - Getaltheorie
 - Lineair programmeren
 - Financiële algebra
- Discrete wiskunde
 - Iteraties en fractalen
- Data en onzekerheid
 - Kansverdelingen
 - Lineaire regressie
 - Multivariate statistiek

3.4 Leerlijnen

3.4.1 Samenhang met de tweede graad

In de onderstaande tabel geven we de samenhang weer tussen (deel)rubrieken van dit leerplan en (deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde B+S'' van de 2^{de} graad D-finaliteit.

(Deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde Complementair	(Deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde B+S''
Wiskundig redeneren – Predicatenlogica	Discrete wiskunde en logica – Waarheidstabellen

Meetkunde – Analytische vlakke meetkunde: kegelsneden	Meetkunde – Analytische meetkunde in het vlak (<i>i.h.b. de extra wenken over vergelijkingen van cirkels en raaklijnen</i>)
Algebra – Lineair programmeren	Algebra en functieleer – Eerstegraadsfuncties Algebra en functieleer – Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen
Data en onzekerheid – Lineaire regressie	Data en onzekerheid – Spreidingsdiagrammen

3.4.2 Samenhang in de derde graad

In de onderstaande tabel geven we de samenhang weer tussen (deel)rubrieken van dit leerplan en (deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde B+S'' van de 3^{de} graad D-finaliteit.

(Deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde Complementair	(Deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde B+S''
Wiskundig redeneren – Predicatenlogica	Problemen oplossen en wiskundig redeneren (<i>i.h.b. gebruik van kwantoren</i>)
Meetkunde – Analytische ruimtemeetkunde: oppervlakken	Meetkunde: analytische ruimtemeetkunde
Analyse – Integralen	Analyse – Integralen
Analyse – Reeksen	Discrete wiskunde – Rijen
Algebra – Matrices	Algebra – Matrices
Algebra – Algebraïsche structuur: groepen Algebra – Algebraïsche structuur: vectorruimten	Algebra – Algebraïsche structuur
Algebra – Financiële algebra	Analyse – Exponentiële en logaritmische functies
Discrete wiskunde – Iteraties en fractalen	Discrete wiskunde – Rijen
Data en onzekerheid – Kansverdelingen	Data en onzekerheid – Kansrekenen (<i>i.h.b. binomiale verdeling</i>) Data en onzekerheid – Statistiek (<i>i.h.b. normale verdeling</i>)

3.5 Aandachtspunten

Deelrubrieken van het leerplan

De deelrubrieken van dit leerplan, met bijhorende leerplandoelen en wenken, kunnen dienen voor de inhoudelijke invulling van extra lessen wiskunde als de school ervoor kiest om het aantal lessen wiskunde uit te breiden via het complementair gedeelte.

Gebruik van contexten

Bij veel inhouden uit het leerplan is het aangewezen om zowel met als zonder context te werken. Werken met contexten kan leerlingen motiveren en maakt duidelijk dat wiskunde kan worden aangewend in



meerdere contexten (leefwereld, maatschappelijk, wetenschappelijk, professioneel). Daardoor kan een positievere attitude tegenover wiskunde ontstaan. Contexten kunnen bijkomende aandacht vragen: het mathematiseren van de opgave en het demathematiseren van het resultaat. Bij contextvragen spelen ook niet-wiskundige factoren zoals taal een grotere rol dan bij kale opgaven. Kale opgaven en contextopgaven meten niet noodzakelijk altijd dezelfde wiskundige vaardigheden.

3.6 Leerplanpagina



Wil je als gebruiker van dit leerplan op de hoogte blijven van inspirerend materiaal, achtergrond, professionalisering en lerarennetwerken, surf dan naar de [leerplanpagina](#).

4 Leerplandoelen

4.1 Wiskundig redeneren

4.1.1 Predicatenlogica

LPD 1 De leerlingen zetten uitspraken in woorden om in uitspraken in de taal van de predicatenlogica en omgekeerd.

Samenhang derde graad: Kwantoren (III-WisS''-d LPD 4)

Wenk: In de taal van de predicatenlogica worden variabelen, predicaten (relaties met één of meerdere argumenten), kwantoren en het gelijkheidsteken gebruikt. Soms worden ook functies en constanten toegelaten. Je kan aangeven dat die taal veel rijker is dan de taal van de propositielogica.

Wenk: Je kan bij het omzetten van uitspraken in woorden leerlingen de predicaten aanbieden of zelf laten kiezen.

LPD 2 De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van uitspraken van de predicatenlogica.

2de graad: Waarheidstabellen (II-WisS''-d LPD 36)

Wenk: Door een interpretatie te geven aan het universum (de verzameling waarin wordt gewerkt), aan de predicaten en aan eventuele vrije variabelen kan je de waarheidswaarde van een uitspraak bepalen. Je kan leerlingen bij een gegeven uitspraak een interpretatie laten zoeken waarin de uitspraak waar is of vals is.

LPD 3 De leerlingen gaan na of gegeven uitspraken logisch waar zijn en passen logisch ware uitspraken toe.

Wenk: Logisch ware uitspraken zijn waar voor alle mogelijke interpretaties. Je kan ze dus vergelijken met tautologieën in propositiologica. Voorbeelden zijn de negatiestellingen en verwisselstellingen. Je kan nagaan in welke gevallen kwantoren en connectieven mogen worden omgewisseld.

Wenk: Je kan leerlingen laten nagaan of bij een gegeven interpretatie kwantoren mogen worden omgewisseld.

4.2 Meetkunde

4.2.1 Analytische vlakke meetkunde: kegelsneden

LPD 4 De leerlingen definiëren een ellips, hyperbool en parabool als een meetkundige plaats.

Wenk: Je kan ingaan op de benaming ‘kegelsnede’: elke kegelsnede is de doorsnede van een vlak met een kegel.

LPD 5 De leerlingen stellen de canonieke vergelijking van een parabool, ellips en hyperbool op.

2de graad: Analytische vlakke meetkunde (II-WisS''-d LPD B3, B4, B5)

Wenk: Je kan het begrip excentriciteit van een kegelsnede invoeren om het type kegelsnede te onderzoeken. Je kan cartesische vergelijkingen van kegelsneden laten opstellen waarbij de oorsprong een brandpunt is en waarbij één van de assen van de kegelsnede samenvalt met de x-as.

Wenk: Je kan een parametervoorstelling van een parabool, ellips en hyperbool laten opstellen.

LPD 6 De leerlingen stellen een cartesische vergelijking van de raaklijn en normaal in een punt van een parabool, ellips en hyperbool op.

Wenk: Je kan bij het opstellen van de vergelijking van de raaklijn in een punt van de kegelsnede het verband gebruiken tussen de afgeleide in dat punt en de richtingscoëfficiënt van de raaklijn.

LPD 7 De leerlingen analyseren eigenschappen van kegelsneden.

Wenk: Je kan eigenschappen i.v.m. raaklijnen, normalen, symmetrie, middelpunten, middellijnen, assen en toppen, brandpunten en richtlijnen aan bod laten komen.

Wenk: Je kan aandacht besteden aan de optische eigenschap (soms ‘hoofdeigenschap’ genoemd) van de parabool en ellips.
Toepassingen in STEM-contexten: telescopen, schotelantennes, koplampen van auto's, de elliptische spiegel, de niersteenverbrijzelaar ...

Wenk: Je kan de eigenschap laten ontdekken dat de middens van alle evenwijdige koorden van een kegelsnede op één rechte (middellijn genoemd) liggen.



4.2.2 Analytische vlakke meetkunde: krommen en meetkundige plaatsen

LPD 8 De leerlingen beschrijven de baan van een punt in het vlak met een parametervoorstelling.

Wenk: Je kan leerlingen wijzen op het dynamisch karakter van een parametervoorstelling door de parameter t te interpreteren als de tijd.

Wenk: Je kan de cycloïden (de baan van een punt P op een cirkel die rolt zonder glijden over een rechte) en de Lissajousfiguren aan bod laten komen.

LPD 9 De leerlingen stellen cartesische vergelijkingen van meetkundige plaatsen op.

Wenk: Je kan stilstaan bij de invloed van het gekozen assenstelsel op de complexiteit van het rekenwerk. Het rekenwerk kan worden beperkt door bijvoorbeeld een symmetrie-as als één van de assen of een speciaal punt als de oorsprong te kiezen.

Wenk: Je kan leerlingen een applet laten maken die een meetkundige plaats tekent gebruikmakend van de meetkundige voorwaarde waaraan alle punten van de kromme voldoen.

Wenk: Je kan enkele bekende krommen zoals de strofoïde, de cissoïde, de lemniscaat van Bernoulli of het trifolium aan bod laten komen

LPD 10 De leerlingen stellen poolvergelijkingen van krommen op.

Wenk: Je kan bij het invoeren van poolcoördinaten verwijzen naar de cartesische en goniometrische vorm van complexe getallen.

Wenk: Je kan enkele bekende krommen zoals de spiraal van Archimedes, de cardioïde of hartlijn, de conchoïde van Nicomedes, rozetten en kegelsneden aan bod laten komen.

Wenk: Je kan een poolvergelijking van een kromme laten omzetten in een cartesische vergelijking en omgekeerd.

4.2.3 Analytische ruimtemeetkunde: oppervlakken

LPD 11 De leerlingen stellen een cartesische vergelijking van een bol op.

Samenhang derde graad: Vergelijkingen van rechten en vlakken in de ruimte (III-WisS''-d LPD 6)

Wenk: Je kan zowel middelpuntsvergelijkingen als algemene vergelijkingen laten opstellen.

Wenk: Je kan een vergelijking van het raakvlak in een punt van de bol laten opstellen.

Wenk: Je kan de doorsnede van een rechte of een vlak met een bol laten bepalen.

LPD 12 De leerlingen beschrijven oppervlakken aan de hand van cartesische vergelijkingen en parametervergelijkingen.

Wenk: Je kan ICT laten gebruiken bij het bestuderen van de oppervlakken. Voorbeelden van oppervlakken: de helicoïde, de torus en de sombrero.

Wenk: Je kan ook meetkundige krommen zoals de Archimedische schroeflijn (helix) of de kubische schroeflijn (rationale normale kromme van graad drie) bestuderen.

LPD 13 De leerlingen analyseren kwadrieken met cartesische vergelijkingen en parametervergelijkingen.

Wenk: Je kan de vormen en eigenschappen van verschillende soorten ellipsoïden, hyperboloïden en paraboloiden bestuderen. Je kan bijvoorbeeld aangeven dat sommige kwadrieken (kegel, cilinder, hyperbolische paraboloid en eenbladige hyperboloid) regeloppervlakken zijn.

4.2.4 Euclidische, affiene en projectieve meetkunde

LPD 14 De leerlingen beschrijven punten en rechten in het affiene vlak d.m.v. coördinaten.

Wenk: Affiene coördinaten kunnen in het vlak worden ingevoerd door een oorsprong O en twee (lineair onafhankelijke) basisvectoren \vec{e}_1 en \vec{e}_2 te kiezen. De basisvectoren hoeven (i.t.t. Euclidische meetkunde) niet loodrecht op elkaar te staan en lengte 1 te hebben, m.a.w. een orthonormaal assenstelsel te vormen.

Wenk: Je kan ook affiene coördinatentransformaties bestuderen. I.t.t. Euclidische transformaties bewaren ze afstanden en hoekgroottes niet. Ze bewaren wel collineariteit, evenwijdigheid en verhoudingen van afstanden (deelverhouding).

Wenk: Je kan affiene meetkunde en coördinaten gebruiken om eigenschappen aan te tonen, zoals de stellingen van Ceva en Menelaos.

LPD 15 De leerlingen beschrijven punten en rechten in het projectieve vlak d.m.v. coördinaten.

Wenk: Je kan intuïtief starten door het projectieve vlak te bekijken als de toevoeging van de punten op oneindig aan het gewone vlak. Elke twee rechten snijden mekaar in het projectieve vlak (evenwijdige rechten snijden elkaar in het punt op oneindig dat hoort bij hun richting).

Wenk: Projectieve (homogene) coördinaten kunnen worden genoteerd door $(x: y: z)$. Deze schrijfwijze maakt duidelijk dat de coördinaten maar bepaald zijn tot op een niet-nul evenredigheidsfactor na. De inbedding van het affiene vlak in het projectieve vlak wordt dan verkregen door een punt $P(x, y)$ homogene coördinaten $(x: y: 1)$ te geven. Punten op oneindig hebben homogene coördinaten $(x: y: 0)$.

Je kan coördinaten van punten en vergelijkingen van rechten laten omzetten van gewone coördinaten naar projectieve coördinaten en omgekeerd. Je kan snijpunten van rechten in het projectieve vlak bepalen.

Wenk: Je kan projectieve meetkunde en coördinaten gebruiken om eigenschappen aan te tonen i.v.m. concurrentie en collineariteit, zoals de stellingen van Pappus en Desargues.



LPD 16 De leerlingen analyseren kegelsneden in het projectieve vlak.

Wenk: In het projectieve vlak worden kegelsneden bepaald door homogene veeltermen van graad twee in drie variabelen. Je kan vergelijkingen laten omzetten van gewone coördinaten naar projectieve coördinaten en omgekeerd.

Wenk: Je kan bepalen of gegeven kegelsneden al dan niet ontaard (de unie van twee rechten) zijn. Je kan van niet-ontaarde kegelsneden bepalen van welk type (ellips, hyperbool of parabool) ze zijn in het affiene vlak door het aantal snijpunten met de rechte op oneindig te bepalen.

4.3 Analyse

4.3.1 Integralen

LPD 17 De leerlingen berekenen integralen van rationale functies door het splitsen in partieelbreuken.

Samenhang derde graad: Integralen (III-WisS''-d LPD 33)

Wenk: Je kan de stelling van d'Alembert over de ontbinding van een reële veelterm in factoren van de eerste graad en/of factoren van de tweede graad met negatieve discriminant aan bod laten komen.

Wenk: Je kan je bij het splitsen in partieelbreuken beperken tot rationale functies waarvan de noemer van de tweede graad is.

LPD 18 De leerlingen berekenen integralen met behulp van goniometrische substituties en de t-formules.

LPD 19 De leerlingen berekenen booglengtes, oppervlaktes en volumes aan de hand van parametervoorstellingen en poolvergelijkingen van krommen.

Samenhang derde graad: Booglengtes, oppervlaktes en volumes (III-WisS''-d LPD 31)

Wenk: Je kan aandacht schenken aan de opbouw van de formules.

Wenk: Je kan de oppervlakte berekenen van een gebied begrensd door een kromme met een gegeven poolvergelijking. Voorbeelden: de lemniscaat van Bernouilli, de cardoïde, het bifolium en het trifolium.

Wenk: Je kan het volume van een omwentelingslichaam berekenen.

LPD 20 De leerlingen berekenen de manteloppervlakte van een omwentelingslichaam.

Wenk: Je kan je beperken tot omwentelingslichamen die bepaald zijn door krommen met gegeven cartesische vergelijkingen.

4.3.2 Differentiaalvergelijkingen

LPD 21 De leerlingen beschrijven discrete veranderingsprocessen met lineaire recursievergelijkingen en differentievergelijkingen.

Wenk: Je kan je beperken tot lineaire recursievergelijkingen van de vorm $t_n = a \cdot t_{n-1} + b$. Zulke recursievergelijkingen zijn vrij eenvoudig op te lossen en beschrijven rijen van de vorm $t_n = c \cdot a^n + \frac{b}{1-a}$.

Voorbeeld van een context: een geneesmiddel dat periodiek wordt ingenomen en waarbij er telkens een vast percentage van de aanwezige hoeveelheid overblijft tegen de volgende inname. Zo'n proces leidt tot een recursief model met een evenwichtstoestand.

Wenk: Je kan het verband leggen tussen differentievergelijkingen en recursievergelijkingen van een discrete veranderingsprocessen. Zo is $\Delta t_n = (a - 1) \cdot t_{n-1} + b$, waarbij $\Delta t_n = t_n - t_{n-1}$, de differentievergelijking horend bij de recursievergelijking $t_n = a \cdot t_{n-1} + b$.

LPD 22 De leerlingen beschrijven continue veranderingsprocessen met differentiaalvergelijkingen.

Wenk: Je kan exponentiële groei als aanknopingspunt gebruiken. Bij exponentiële groei is de snelheid waarmee een populatie verandert per tijdseenheid evenredig met de grootte van de populatie zelf ($y' = k \cdot y$).

Wenk: Voorbeelden van contexten: radioactief verval en de lichtintensiteit bij absorptie van licht (exponentiële groeiprocessen), de afkoelingswet van Newton, logistische groei, snelheid van een kogel die zich in een stof boort ($v' = -\sqrt{v}$), het prooi- en roofdiermodel, snelheid van een parachutist na het opengaan van zijn valschermd ($m \cdot \frac{dv}{dx} = m \cdot g - b \cdot v$).

LPD 23 De leerlingen lossen eenvoudige differentiaalvergelijkingen op.

Wenk: Je kan aandacht besteden aan de soorten oplossingen van een differentiaalvergelijking (algemene, particuliere en singuliere oplossingen). Ook de begrippen singuliere kromme en singulier punt kunnen aan bod komen.

Wenk: Je kan je beperken tot enkele methodes voor het oplossen van differentiaalvergelijkingen van de eerste en tweede orde. Voorbeelden:

- lineaire differentiaalvergelijkingen van de eerste orde d.m.v. scheiden van variabelen of integrerende factor;
- lineaire differentiaalvergelijkingen van de tweede orde met constante coëfficiënten.

Wenk: Je kan het begrip richtingsveld van een differentiaalvergelijking aanbrengen om de integraalkrommen van de differentiaalvergelijking te voorspellen. Bij het bepalen van richtingsvelden is het gebruik van ICT aangewezen.

Wenk: Je kan een oplossing van een differentiaalvergelijking numeriek benaderen met de methode van Euler.



4.3.3 Reeksen

LPD 24 De leerlingen analyseren de convergentie van reeksen.

Samenhang derde graad: Convergentie en limieten van rijen (III-WisS''-d LPD 46)

Wenk: Je kan een reeks definiëren als een rij van partieelsommen. Hierbij kan de vraag naar het bestaan van de som van een oneindig aantal termen leiden tot het begrip convergentie van een reeks.

Wenk: Je kan de convergentie van enkele gekende reeksen analyseren. Voorbeelden: rekenkundige en meetkundige reeksen, de harmonische reeks, hyperharmonische reeksen, alternerende reeksen ...

Wenk: Je kan de convergentie van reeksen onderzoeken met de convergentiekenmerken van d'Alembert, Leibniz en Cauchy.

Wenk: Je kan convergentie aan bod laten komen bij het analyseren van oneindige processen in concrete contexten. Voorbeelden: lengte van een oneindig aantal lijnstukken in een driehoek of vierkant, lengte van een (kantige) spiraal, opvullen van een vierkant met vierkanten van afnemende grootte.

LPD 25 De leerlingen gebruiken de formules van Taylor en Maclaurin bij het bepalen van veeltermbenaderingen van functies.

Wenk: Je kan de Maclaurinreeks van enkele functies opstellen en hiervan het convergentie-interval bepalen. Zo kunnen de reeksontwikkelingen van e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$ en enkele binomiaalreeksen aan bod komen.

Wenk: Je kan met behulp van ICT de grafieken van functies en opeenvolgende Maclaurinbenaderingen laten tekenen en zo illustreren hoe voor de meeste elementaire functies bij grotere waarden van n een betere benadering wordt bekomen.

Wenk: Je kan gebruikmakend van reeksontwikkelingen een benadering bepalen voor bijzondere getallen zoals e en π . Bovendien kan met behulp van de restterm een afchatting van de fout worden gemaakt. Het bestaan van de restterm kan worden geïllustreerd door het verband te leggen met de stelling van Lagrange voor afgeleiden.

4.3.4 Numerieke methodes

LPD 26 De leerlingen analyseren numerieke methodes bij het oplossen van vergelijkingen.

Samenhang derde graad: Vergelijkingen algebraïsch oplossen (III-WisS''-d LPD 17, 23, 25)

Wenk: Voorbeelden van numerieke methodes: methode van de intervalmiddens, methode van de regula falsi, de methode van Newton en de methode van de dekpunten (ook vaste-puntmethode genoemd). Bij deze laatste methode wordt de oorspronkelijke vergelijking $f(x) = 0$ herschreven in de vorm $x = g(x)$. Het oplossen van de vergelijking wordt zo herleid tot het zoeken van een dekpunt (een vaste waarde of vast punt) van de functie g .

Wenk: Je kan verschillende numerieke methodes op eenzelfde vergelijking laten toepassen om het verschil in snelheid van convergentie naar de oplossing te laten ervaren.

Wenk: Je kan de leerlingen de beperkingen van deze methodes laten ervaren. Soms geven ze je slechts één van de oplossingen; soms leiden ze je niet tot een oplossing, ook al zijn die er.

LPD 27 De leerlingen analyseren numerieke methodes bij het oplossen van stelsels van lineaire vergelijkingen.

Samenhang derde graad: Methode van Gauss-Jordan (III-WisS''-d LPD 37)

Wenk: Je kan iteratieve methodes aan bod laten komen. Voorbeelden: methode van Jacobi en methode van Gauss-Siedel.

LPD 28 De leerlingen analyseren numerieke methodes bij het bepalen van de afgeleide in een punt.

Samenhang derde graad: Afgeleide in een punt (III-WisS''-d LPD 27)

Wenk: Je kan numerieke differentiatiemethodes ook toepassen in concrete situaties die worden beschreven door discrete data i.p.v. door een functievoorschrift.

LPD 29 De leerlingen analyseren numerieke methodes bij het berekenen van integralen.

Samenhang derde graad: Integralen (III-WisS''-d LPD 33)

Wenk: Voorbeelden van numerieke methodes: de methode van intervalmiddens, de trapeziumregel en de methode van Simpson.

4.4 Algebra

4.4.1 Matrices

LPD 30 De leerlingen berekenen eigenwaarden en bijhorende eigenvectoren van vierkante matrices.

Samenhang derde graad: Matrices, matrixmodellen en determinanten (III-WisS''-d LPD 34, 35, 36)

Wenk: Je kan de eigenwaarden van een vierkante matrix A bepalen als de oplossingen van de vergelijking $\det(A - \lambda I_n) = 0$, waarbij $\det(A - \lambda I_n)$ de karakteristieke veelterm van A is.

Wenk: Als toepassing kan je bij matrixmodellen voor evolutie onderzoeken of er stabilisatie optreedt. Dit komt neer op het oplossen van de matrixvergelijking $AX = X$. Die vergelijking heeft niet-triviale oplossingen als 1 een eigenwaarde is van de matrix A .

Wenk: Als een vierkante matrix een basis heeft bestaande uit eigenvectoren, dan kan je



de matrix diagonaliseren. Je kan illustreren dat niet elke matrix zo'n basis toelaat. Als toepassing op het diagonaliseren van matrices kan je machten van diagonaliseerbare matrices berekenen.

4.4.2 Algebraïsche structuur: groepen

LPD 31 De leerlingen bepalen de orde van elementen in groepen.

Samenhang derde graad: Algebraïsche structuur (III-WisS''-d LPD 43)

Wenk: Het bepalen van de orde van elementen is vooral interessant voor eindige groepen zoals $\mathbb{Z}_n, +$ of symmetriegroepen. Je kan de begrippen cyclische groep en orde van een groep invoeren. Je kan leerlingen laten ondervinden dat de orde van een element steeds een deler is van de orde van de groep.

LPD 32 De leerlingen definiëren deelgroepen en groepsomorfismen.

Wenk: Je kan leerlingen laten nagaan of een gegeven deelverzameling van een groep een deelgroep is. Voor eindige groepen kan je leerlingen laten ondervinden dat de orde van een deelgroep steeds een deler is van de orde van de groep (stelling van Lagrange).

Wenk: Je kan je bij groepsomorfismen beperken tot groepsisomorfismen en voorbeelden geven van isomorfe groepen.

4.4.3 Algebraïsche structuur: vectorruimten

LPD 33 De leerlingen gaan na of een gegeven deelverzameling van een vectorruimte lineair onafhankelijk, voortbrengend en/of een basis is.

Samenhang derde graad: Algebraïsche structuur (III-WisS''-d LPD 43)

Wenk: Het aantal elementen van een basis is onafhankelijk van de gekozen basis en wordt de dimensie van de vectorruimte genoemd. Je kan de dimensie van vectorruimtes bepalen en een voorbeeld geven van een oneindigdimensionale vectorruimte. Je kan coördinaten van vectoren t.o.v. een basis laten bepalen.

LPD 34 De leerlingen definiëren lineaire deelruimtes en lineaire afbeeldingen.

Wenk: Je kan leerlingen laten nagaan of een gegeven deelverzameling van een vectorruimte een lineaire deelruimte is.

Wenk: Je kan de link leggen tussen lineaire afbeeldingen en matrices. Voor elke lineaire afbeelding $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ is er een $m \times n$ -matrix A zodat $f(v) = Av$.

4.4.4 Getaltheorie

LPD 35 De leerlingen analyseren eigenschappen in verband met deelbaarheid van gehele getallen, priemgetallen en modulorekenen.

Wenk: Je kan de eigenschappen laten onderzoeken met voorbeelden, formuleren en verantwoorden. Je kan ze ook laten toepassen.

Wenk: Voorbeelden van eigenschappen i.v.m. deelbaarheid: algoritme van Euclides voor het bepalen van de grootste gemene deler en de stelling van Bachet-Bézout.

Wenk: Voorbeelden van eigenschappen i.v.m. priemgetallen: oneindigheid (stelling van Euclides) en unieke factorisatie.

Wenk: Voorbeelden van eigenschappen i.v.m. modulorekenen: kleine stelling van Fermat, stelling van Wilson, Chinese reststelling.

Wenk: Je kan toepassingen aan bod laten komen zoals cryptografie (bv. RSA-methode).

4.4.5 Lineair programmeren

LPD 36 De leerlingen lossen ongelijkheden en stelsels van ongelijkheden van de eerste graad met twee onbekenden op en stellen de oplossing grafisch voor.

2de graad: Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en stelsels grafisch oplossen (II-WisS"-d LPD 25, 26)

Wenk: Je kan vertrekken vanuit realistische situaties waarin grenzen of limieten aan bod komen, zoals productiehoeveelheden of budgetten.

Wenk: Je kan het begrip halfvlak visueel aanbrengen door kleurgebruik of arceringen in het vlak.

LPD 37 De leerlingen lossen lineaire programmeringsproblemen met twee variabelen grafisch op.

Wenk: Je kan de deelstappen van het oplossen van een lineair programmeringsprobleem afzonderlijk laten inoefenen. Deze stappen zijn:

- een formule voor de doelfunctie opstellen;
- de beperkende voorwaarden omzetten in ongelijkheden (of vergelijkingen);
- het toegestane gebied grafisch voorstellen door het oplossen van het stelsel van ongelijkheden;
- het optimum van de doelfunctie bepalen;
- de gevonden waarde(n) interpreteren in de context.

Wenk: Je kan voorbeelden nemen uit de economie (bv. winstmaximalisatie, kostminimalisatie), logistiek (bv. transportplanning) of productie (bv. grondstoffenverdeling).

LPD 38 De leerlingen lossen lineaire programmeringsproblemen op met ICT.

Wenk: De essentie is het opstellen van de doelfunctie en van de beperkende voorwaarden.

Wenk: Je kan problemen met meer dan twee variabelen aan bod laten komen.



LPD 39 De leerlingen analyseren de impact van wijzigingen in de parameters van een lineair programmeringsprobleem met twee variabelen en interpreteren de gevoeligheid van de oplossing met behulp van sensitiviteitsanalyse.

Wenk: Je kan analyseren binnen welke range de coëfficiënten van de doelfunctie mogen variëren zonder impact te hebben op de optimale oplossing.

Wenk: Je kan onderzoeken welke impact de waarden van de beperkingen hebben.

Wenk: Je kan de schaduwprijs van een beperkende voorwaarde berekenen. Die waarde geeft aan hoeveel de optimale waarde van de doelfunctie verandert als het rechterlid van een beperkende voorwaarde met één eenheid toeneemt.

Wenk: Je kan stilstaan bij het belang en nut van het uitvoeren van een sensitiviteitsanalyse.

4.4.6 Financiële algebra

LPD 40 De leerlingen zetten rentevoeten om in gelijkwaardige rentevoeten: maandelijkse, trimestriële, semestriële en jaarlijkse rentevoet.

Samenhang derde graad: Machten, exponentiële en logaritmische functies (III-WisS''-d LPD 12, 13, 14, 15, 16, 17)

Wenk: Je kan leerlingen erop wijzen dat de periodiciteit waarmee stortingen gebeuren bepaalt welke rentevoet wordt gebruikt.

LPD 41 De leerlingen berekenen de eindwaarde en het termijnbedrag bij kapitaalsvorming met prenumerando annuïteiten.

LPD 42 De leerlingen berekenen het beginbedrag en het termijnbedrag bij schuldaflossing met postnumerando annuïteiten.

Wenk: Je kan ingaan op een vervroegde terugbetaling van de lening en het bedrag laten berekenen. Er wordt bij een vervroegde terugbetaling een wederbeleggingsvergoeding gevraagd.

LPD 43 De leerlingen stellen met ICT een aflossingstabel op en interpreteren die.

Wenk: Je kan leerlingen erop wijzen dat het termijnbedrag kan worden opgesplitst in een aflossingsdeel (kapitaaldeel) en een rentedeel. Bij een schuldaflossing met vaste annuïteit (termijnbedrag) is elk aflossingsdeel gelijk aan het voorgaande vermenigvuldigd met $u = 1 + i$. Zo is duidelijk het verschil te zien tussen een schuldaflossing met vaste annuïteit en een schuldaflossing met vast aflossingsdeel.

4.5 Discrete wiskunde

4.5.1 Iteraties en fractalen

LPD 44 De leerlingen analyseren hoe iteratieve processen evolueren vanuit verschillende startwaarden.

Samenhang derde graad: Convergentie en limieten van rijen (III-WisS''-d LPD 46)

Wenk: Je kan leerlingen stap voor stap een iteratie laten uitvoeren en het resultaat laten analyseren. Zo ervaren leerlingen wat de invloed van de startwaarde is op het gedrag (convergeren of divergeren) van de iteratie.

Wenk: Je kan webdiagrammen aanbrenge via een concrete functie zoals $f(x) = \cos x$ of $f(x) = x^2 - 1$. Je kan die laten tekenen met ICT.

LPD 45 De leerlingen bepalen dekpunten van een iteratief proces.

Wenk: Je kan voorbeelden geven van aantrekkende en afstotende dekpunten.

Wenk: Je kan leerlingen met behulp van de vergelijking $f(x) = x$ mogelijke dekpunten algebraïsch laten bepalen.

LPD 46 De leerlingen analyseren het voorkomen van periodiek gedrag in een iteratief proces.

Wenk: Je kan voorbeelden tonen van functies met periodieke iteraties, zoals $f(x) = -x$.

Wenk: Je kan laten experimenteren met startwaarden die tot cyclisch gedrag leiden.

LPD 47 De leerlingen analyseren fractalen als toepassing op iteraties.

Wenk: Je kan eenvoudige fractalen zoals de Koch-kromme of de driehoek van Sierpinski als voorbeelden van meetkundige iteraties aan bod laten komen.

Wenk: Je kan in \mathbb{C} voor een functie met voorschrift $f(z) = z^2 + c$ iteraties laten onderzoeken. Hierbij kan je experimenteren met meerdere waarden van c en visualiseren welke startwaarden een begrensde baan hebben. Zo ontdekken leerlingen hoe Julia-verzamelingen en de Mandelbrot-verzameling ontstaan uit dit proces.

4.6 Data en onzekerheid

4.6.1 Kansverdelingen

LPD 48 De leerlingen gebruiken discrete verdelingen om kansen te bepalen.

Samenhang derde graad: Binomiale verdeling (III-WisS''-d LPD 49)

Wenk: Voorbeelden van discrete kansverdelingen: geometrische verdeling, hypergeometrische verdeling, negatief-binomiale verdeling en Poissonverdeling.



LPD 49 De leerlingen gebruiken een t-verdeling als continu model bij gegeven data indien de standaardafwijking niet gekend is.

Samenhang derde graad: Normale verdeling (III-WisS''-d LPD 52, 53)

Wenk: Je kan het verschil tussen een t-verdeling en een normale verdeling bestuderen en illustreren dat beide verdelingen quasi gelijk zijn voor grote waarden van n .

Wenk: Je kan met behulp van ICT betrouwbaarheidsintervallen bepalen voor het populatiegemiddelde als de standaardafwijking niet gekend is.

Wenk: Je kan een hypothesetest (t-test) uitvoeren met behulp van ICT.

LPD 50 De leerlingen gebruiken een chi-kwadraatverdeling.

Wenk: Je kan een chi-kwadraattest gebruiken om na te gaan of de gevonden gegevens van een experiment bij een veronderstelde verdeling passen (bv. om te testen of een dobbelsteen zuiver is) of om na te gaan of twee categorische variabelen onafhankelijk zijn.

4.6.2 Lineaire regressie

LPD 51 De leerlingen passen het enkelvoudig lineair regressiemodel toe om de invloed van een variabele op een andere variabele te onderzoeken.

2de graad: Spreidingsdiagrammen (II-WisS''-d LPD 40)

Wenk: Je kan machtsverbanden en exponentiële verbanden onderzoeken met behulp van de technieken van lineaire regressie door gebruikmakend van logaritmen het machts- of exponentieel verband eerst om te zetten in een lineair verband. Je kan hier de link leggen met enkelvoudig en dubbel logaritmisch papier.

LPD 52 De leerlingen gebruiken de kleinste-kwadratenmethode om de parameters van de regressielijn te bepalen.

Wenk: Je kan aandacht hebben voor het idee achter de kleinste-kwadratenmethode en de methode afleiden gebruik makende van partiële afgeleiden.

Wenk: Je kan leerlingen hun berekeningen laten vergelijken met het voorschrift van de regressielijn bekomen via ICT.

Wenk: Je kan het begrip determinatiecoëfficiënt, wat een goede maat is voor de kwaliteit van het regressiemodel, aan bod laten komen en laten interpreteren. De coëfficiënt R^2 is gedefinieerd als de verhouding van de verklaarde variantie tot de totale variantie (som van de verklaarde variantie en de foutenvariantie). Dit kan je verduidelijken met behulp van een tekening.

4.6.3 Multivariate statistiek

LPD 53 De leerlingen lichten de definitie, eigenschappen en beperkingen toe van de covariantiematrix van een steekproef genomen uit een multivariate verdeling.

Wenk: Je kan de covariantiematrix berekenen met behulp van ICT.

Wenk: De Mahalanobis-afstand geeft een maat voor de afstand van een punt tot het centrum van een multivariate verdeling en houdt rekening met de spreiding van de data en de correlaties tussen de variabelen. Je kan het verschil met de Euclidische afstand uitleggen.

Je kan de link leggen met eigenwaarden, eigenvectoren en het diagonaliseren van matrices (zie deelrubriek 4.4.1). Er kan worden aangetoond dat de covariantiematrix diagonaliseerbaar is. Gebruik makende van een basis van genormeerde eigenvectoren kan je de coördinaten van punten transformeren. In het nieuwe assenstelsel zijn de variabelen ongecorrleerd en wordt de Mahalanobis-afstand gegeven door de Euclidische afstand.

LPD 54 De leerlingen hanteren de correlatiecoëfficiënt als maat voor de spreiding.

Wenk: Je kan de correlatiecoëfficiënt formeel definiëren en het verband leggen met de covariantie. Je kan aantonen dat $0 \leq r^2 \leq 1$ met behulp van de ongelijkheid van Cauchy-Schwartz.

Wenk: Je kan de link leggen met lineaire regressie en de determinatiecoëfficiënt R^2 (deelrubriek 4.6.2): bij bivariate data is $R^2 = r^2$.

5 Basisuitrusting

Basisuitrusting verwijst naar de infrastructuur en het (didactisch) materiaal die beschikbaar moeten zijn voor de realisatie van de leerplandoelen.

5.1 Infrastructuur

Een leslokaal

- dat qua grootte, akoestiek en inrichting geschikt is om communicatieve werkvormen te organiseren;
- met een (draagbare) computer waarop de nodige software en audiovisueel materiaal kwaliteitsvol werkt en die met internet verbonden is;
- met de mogelijkheid om (bewegend beeld) kwaliteitsvol te projecteren;
- met de mogelijkheid om geluid kwaliteitsvol weer te geven;
- met de mogelijkheid om draadloos internet te raadplegen met een aanvaardbare snelheid.

Toegang tot (mobile) devices voor leerlingen.

5.2 Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken

Om de leerplandoelen te realiseren beschikt elke leerling minimaal over onderstaand materiaal. De school bespreekt in de schoolraad wie (de school of de leerling) voor dat materiaal zorgt. De school houdt daarbij uitdrukkelijk rekening met gelijke kansen voor alle leerlingen.

- ICT-middel, zoals een (mobile) device of rekentoestel, om berekeningen uit te voeren en om grafische voorstellingen te maken.



6 Glossarium

In het glossarium vind je synoniemen voor en een toelichting bij een aantal handelingswerkwoorden die je terugvindt in leerplandoelen van verschillende graden.

Handelingswerkwoord	Synoniem	Toelichting
Analyseren		Verbanden zoeken tussen gegeven data en een (eigen) besluit trekken
Beargumenteren	Verklaren	Motiveren, uitleggen waarom
Beoordelen	Evalueren	Een gemotiveerd waardeoordeel geven
Berekenen	Berekeningen uitvoeren	
Berekeningen uitvoeren	Berekenen	
Beschrijven	Toelichten, uitleggen	
Betekenis geven aan	Interpreteren	
Een (...) cyclus doorlopen	Een (...) proces doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Een (...) proces doorlopen	Een (...) cyclus doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Evalueren	Beoordelen	
Gebruiken	Hanteren, inzetten, toepassen	
Hanteren	Gebruiken, inzetten, toepassen	
Identificeren		Benoemen; aangeven met woorden, beelden ...
Illustreeren		Beschrijven (toelichten, uitleggen) aan de hand van voorbeelden
In dialoog gaan over	In interactie gaan over	
In interactie gaan over	In dialoog gaan over	
Interpreteren	Betekenis geven aan	
Inzetten	Gebruiken, hanteren, toepassen	
Kritisch omgaan met	Kritisch gebruiken	
Kwantificeren		Beredeneren door gebruik te maken van verbanden, formules, vergelijkingen ...
Onderzoeken	Onderzoek voeren	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Onderzoek voeren	Onderzoeken	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Reflecteren over		Kritisch nadenken over en argumenten afwegen zoals in een dialoog, een gedachtewisseling, een paper
Testen	Toetsen	
Toelichten	Beschrijven, uitleggen	

Toepassen	Gebruiken, hanteren, inzetten	
Toetsen	Testen	
Uitleggen	Beschrijven, toelichten	
Verklaren	Beargumenteren	Motiveren, uitleggen waarom



Inhoud

1	Inleiding	3
1.1	Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten	3
1.2	De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs	3
1.3	Ruimte voor leraren(teams) en scholen	4
1.4	Differentiatie	4
1.5	Opbouw van leerplannen.....	6
2	Situering	6
2.1	Samenhang met de tweede graad	6
2.2	Samenhang in de derde graad	6
2.3	Plaats in de lessentabel.....	7
3	Pedagogisch-didactische duiding	7
3.1	Wiskunde en het vormingsconcept	7
3.2	Krachtlijnen	7
3.3	Opbouw.....	8
3.4	Leerlijnen.....	8
3.4.1	Samenhang met de tweede graad	8
3.4.2	Samenhang in de derde graad	9
3.5	Aandachtspunten	9
3.6	Leerplanpagina.....	10
4	Leerplandoelen	10
4.1	Wiskundig redeneren.....	10
4.1.1	Predicatenlogica.....	10
4.2	Meetkunde.....	11
4.2.1	Analytische vlakke meetkunde: kegelsneden	11
4.2.2	Analytische vlakke meetkunde: krommen en meetkundige plaatsen.....	12
4.2.3	Analytische ruimtemeetkunde: oppervlakken.....	12
4.2.4	Euclidische, affiene en projectieve meetkunde	13
4.3	Analyse	14
4.3.1	Integralen	14
4.3.2	Differentiaalvergelijkingen.....	15
4.3.3	Reeksen	16
4.3.4	Numerieke methodes	16
4.4	Algebra	17

4.4.1	Matrices	17
4.4.2	Algebraïsche structuur: groepen	18
4.4.3	Algebraïsche structuur: vectorruimten.....	18
4.4.4	Getaltheorie	18
4.4.5	Lineair programmeren	19
4.4.6	Financiële algebra	20
4.5	Discrete wiskunde	21
4.5.1	Iteraties en fractalen.....	21
4.6	Data en onzekerheid	21
4.6.1	Kansverdelingen.....	21
4.6.2	Lineaire regressie	22
4.6.3	Multivariate statistiek	22
5	Basisuitrusting	23
5.1	Infrastructuur	23
5.2	Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken	23
6	Glossarium.....	24