

Wiskunde B+S''
2de graad D-finaliteit
II-WisS''-d

BRUSSEL

D/2024/13.758/351

Versie oktober 2024

1 Inleiding

De uitrol van de modernisering secundair onderwijs gaat gepaard met een nieuwe generatie leerplannen. Leerplannen geven richting en laten ruimte. Ze faciliteren de inhoudelijke dynamiek en de continuïteit in een school en lerarenteam. Ze garanderen binnen het kader dat door de Vlaamse regering werd vastgelegd voldoende vrijheid voor schoolbesturen om het eigen pedagogisch project vorm te geven vanuit de eigen schoolcontext. Leerplannen zijn ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. Ze versterken het eigenaarschap van scholen die d.m.v. eigen beleidskeuzes de vorming van leerlingen gestalte geven. Leerplannen laten ruimte voor het vakinhoudelijk en pedagogisch-didactisch meesterschap van de leraar, maar bieden ondersteuning waar nodig.

1.1 Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten

Leerplannen vertrekken vanuit het **vormingsconcept** van de katholieke dialoogschool. Ze laten toe om optimaal aan te sluiten bij het pedagogisch project van de school en de beleidsbeslissingen die de school neemt vanuit haar eigen visie op onderwijs (taalbeleid, evaluatiebeleid, zorgbeleid, ICT-beleid, kwaliteitsontwikkeling, keuze voor vakken en lessen ...).

Leerplannen ondersteunen **kwaliteitsontwikkeling**: het leerplanconcept spoort met kwaliteitsverwachtingen van het Referentiekader onderwijskwaliteit (ROK). Kwaliteitsontwikkeling volgt dan als vanzelfsprekend uit keuzes die de school maakt bij de implementatie van leerplannen.

Leerplannen faciliteren een **gerichte studiekeuze**. De leerplandoelen sluiten aan bij de verwachte competenties van leerlingen in een bepaald structuuronderdeel. De feedback en evaluatie bij de realisatie ervan beïnvloeden op een positieve manier de keuze van leerlingen na elke graad.

Leerplannen gaan uit van de **professionaliteit** van de leraar en het **eigenaarschap** van de school en het lerarenteam. Ze bieden voldoende ruimte voor eigen inhoudelijke keuzes en een eigen didactische aanpak van de leraar, het lerarenteam en de school.

Leerplannen borgen de **samenhang** in de vorming. Die samenhang betreft de verticale samenhang (de plaats van het leerplan in de opbouw van het curriculum) en de horizontale samenhang tussen vakken binnen structuuronderdelen en over structuuronderdelen heen. Leerplannen geven expliciet aan voor welke leerplandoelen van andere leerplannen in de school verdere afstemming mogelijk is. Op die manier faciliteren en stimuleren de leerplannen leraren om over de vakken heen samen te werken en van elkaar te leren. Een verwijzing van een leraar naar de lessen van een collega laat leerlingen niet alleen aanvoelen dat de verschillende vakken onderling samenhangen en dat ze over dezelfde werkelijkheid gaan, maar versterkt ook de mogelijkheden tot transfer.

1.2 De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs

De leerplannen vertrekken vanuit een gedeelde inspiratie die door middel van een vormingscirkel voorgesteld wordt. We 'lezen' de cirkel van buiten naar binnen.

- Een lerarenteam werkt in een katholieke dialoogschool die onderwijs verstrekt vanuit een **specifieke traditie**. Vanuit het eigen pedagogisch project kiezen leraren voor wat voor hen en hun school goed



onderwijs is. Ze wijzen leerlingen daarbij de weg en gebruiken daarvoor **wegwijzers**. Die zijn een inspiratiebron voor leraren en zorgen voor een Bijbelse 'drive' in hun onderwijs.

- De kwetsbaarheid van leerlingen ernstig nemen betekent dat elke leerling **belooftevol** is en alle leerkansen verdient. Die leerling is **uniek als persoon** maar ook **verbonden** met de klas, de school en de bredere samenleving. Scholen zijn **gastvrije plaatsen** waar leerlingen en leraren elkaar ontmoeten in diverse contexten. De leraar vormt zijn leerlingen vanuit een **genereuze** attitude, hij geeft om zijn leerlingen en hij houdt van zijn vak. Hij durft af en toe de gebaande paden verlaten en stimuleert de **verbeelding en creativiteit** van leerlingen. Zo zaait hij door zijn onderwijs de kiemen van een hoopvolle, **meer duurzame en meer rechtvaardige wereld**.
- Leraren vormen leerlingen door middel van leerinhouden die we groeperen in negen **vormingscomponenten**. De aaneengesloten cirkel van vormingscomponenten wijst erop dat vorming een geheel is en zich niet in schijfjes laat verdelen. Je kan onmogelijk over taal spreken zonder over cultuur bezig te zijn; wetenschap en techniek hebben een band met economie, wiskunde, geschiedenis ... Dwarsverbanden doorheen de vakken zijn belangrijk. De vormingscirkel vormt dan ook een dynamisch geheel van elkaar voortdurend beïnvloedende en versterkende componenten.
- Vorming is voor een leraar nooit te herleiden tot een cognitieve overdracht van inhouden. Zijn meesterschap en passie brengt een leraar ertoe om voor iedere leerling de juiste woorden en gebaren te zoeken om **de wereld te ontsluiten**. Hij introduceert leerlingen in de wereld waarvan hij houdt. Een leraar zorgt er bijvoorbeeld voor dat leerlingen kunnen worden gegrepen door de cultuur van het Frans of door het ambacht van een metselaar. Hij initieert leerlingen in een wereld en probeert hen zover te brengen dat ze er hun eigen weg in kunnen vinden.
- Een leraar vormt leerlingen als **individuele leraar**, maar werkt ook binnen **lerarenteams** en binnen een **beleid van de school**. Het Gemeenschappelijk funderend leerplan helpt daartoe. Het zorgt voor het fundament van heel de vorming dat gerealiseerd wordt in vakken, in projecten, in schoolbrede initiatieven of in een specifieke schoolcultuur.
- De uiteindelijke bedoeling is om **alle leerlingen** kwaliteitsvol te vormen. Leerlingen zijn dan ook het hart van de vormingscirkel, zij zijn het op wie we inzetten. Zij dragen onze hoop mee: de nieuwe generatie die een meer duurzame en meer rechtvaardige wereld zal creëren.



1.3 Ruimte voor leraren(teams) en scholen

De leraar als professional, als meester in zijn vak krijgt vrijheid om samen met zijn collega's vanuit de leerplannen aan de slag te gaan. Hij kan eigen accenten leggen en differentiëren vanuit zijn passie, expertise, het pedagogisch project van de school en de beginsituatie van zijn leerlingen.

De leerplandoelen zijn noch chronologisch, noch hiërarchisch geordend. Ze laten ruimte aan het lerarenteam en de individuele leraar om te bepalen welke leerplandoelen op welk moment worden samengenomen, om didactische werkvormen te kiezen, contexten te bepalen, eigen leerlijnen op te bouwen, vakoverschrijdend te werken, flexibel om te gaan met een indicatie van onderwijstijd.

1.4 Differentiatie

Om optimale leerkansen te bieden is [differentiëren](#) van belang in alle leerlingengroepen. Leerlingen voor wie dit leerplan is bestemd, behoren immers wel tot dezelfde doelgroep, maar bevinden zich niet noodzakelijk in dezelfde beginsituatie. Zij hebben een niet te onderschatten – maar soms sterk verschillende – bagage mee vanuit de onderliggende graad, de thuissituatie en vormen van informeel leren. Het is belangrijk om zicht te krijgen op die aanwezige kennis en vaardigheden en vanuit dat gegeven, soms gedifferentieerd, verder te bouwen. Positief en planmatig omgaan met verschillen tussen leerlingen verhoogt de motivatie, het welbevinden en de leerwinst voor elke leerling.

De leerplannen bieden kansen om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden en door de leeromgeving aan te passen. Ze nodigen ook uit om te differentiëren in evaluatie.

Differentiatie door te verdiepen en te verbreden

Sommige leerlingen denken meer conceptueel en abstract. Andere leerlingen komen vanuit een meer concrete benadering sneller tot inzichtelijk denken. Variëren in abstractie spreekt leerlingen aan op hun capaciteiten en daagt hen uit om van daaruit te groeien.

Daarnaast bieden leerplannen kansen om de complexiteit van leerinhouden aan te passen. Dat kan door een complexere situatie te schetsen, een minder ingewikkelde bewerking of handeling voor te stellen, of door meer kennis of vaardigheden aan te bieden om leerlingen uit te dagen.

De ene context kan betekenisvol zijn voor een leerlingengroep, terwijl een andere context dan weer betekenisvoller kan zijn voor een andere leerlingengroep. Leerinhouden in verschillende contexten aanbrenge biedt kansen om leerlingen aan te spreken op hun interesses en daagt hen tegelijk uit om andere interesses te verkennen en zo hun horizon te verruimen.

In 'extra' wenken bij de leerplandoelen en in beperkte mate ook via keuzeleerplandoelen bieden we je inspiratie om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden.

Differentiatie door de leeromgeving aan te passen

Doordachte variatie in werkvormen (groepswerk, individueel, auditief, visueel, actief ...) vergroot de kans dat leerdoelen worden gerealiseerd door alle leerlingen. Het helpt hen bovendien ontdekken welke manieren van leren en informatie verwerken best bij hen passen.

De ene leerling kan snel of zelfstandig werken, de andere heeft meer tijd of begeleiding nodig. Variëren in de mate van ondersteuning, gericht aanbieden van hulpmiddelen (voorbeelden, schrijfkaders, stappenplannen ...) en meer of minder tijd geven, daagt leerlingen uit op hun niveau en tempo.

Leerlingen op hun niveau en vanuit eigen interesses laten werken kan door te differentiëren in product, bijvoorbeeld door leerlingen te laten kiezen tussen opdrachten die leiden tot verschillende eindproducten.

Het samenstellen van groepen kan een effectieve manier zijn om te differentiëren. Rekening houden met verschil in leerdoelen en leerlingenkenmerken laat leerlingen toe van en met elkaar te leren.

Technologie kan al die vormen van differentiatie ondersteunen. Zo kunnen leerlingen op hun maat werken met digitale leermiddelen zoals educatieve software of online oefenprogramma's.

Differentiatie in evaluatie

Tenslotte laten de leerplannen toe te differentiëren in [evaluatie](#) en feedback. Evalueren is beoordelen om te waarderen, krachtiger te maken en te sturen.

Na de afronding van een lessenreeks of na een langere periode gaan leraren door middel van summatieve evaluatie na waar leerlingen staan. De keuze van een evaluatie- en feedbackvorm is afhankelijk van de vooropgestelde doelen.



Formatieve evaluatie is geïntegreerd in het leerproces en gaat uit van een actieve betrokkenheid van leraar en leerling. Het zet leerlingen aan het denken over hun vorderingen en laat leraren toe om tijdens het leerproces effectieve feedback te geven. Door middel van formatieve evaluatie krijgen leraren een goed zicht op het leerproces van leerlingen zodat ze het verder gericht en waar nodig kunnen bijsturen. Het is bovendien een rijke bron voor leraren om te reflecteren over de eigen onderwijspraktijk en de eigen pedagogisch-didactische aanpak bij te sturen.

1.5 Opbouw van leerplannen

Elk leerplan is opgebouwd volgens een vaste structuur. Alle onderdelen maken inherent deel uit van het leerplan. Schoolbesturen van Katholiek Onderwijs Vlaanderen die de leerplannen gebruiken, verbinden zich tot de realisatie van het gehele leerplan.

De **inleiding** licht het leerplanconcept toe en gaat dieper in op de visie op vorming, de ruimte voor leraren(teams) en scholen en de mogelijkheden tot differentiatie.

De **situering** geeft aan waarop het leerplan is gebaseerd en beschrijft de samenhang binnen de graad en met de onderliggende graad, en de plaats in de lessentabel.

In de **pedagogisch-didactische duiding** komen de inbedding in het vormingsconcept, de krachtlijnen, de opbouw, de leerlijnen, de aandachtspunten met o.m. nieuwe accenten van het leerplan aan bod.

De **leerplandoelen** zijn helder geformuleerd en geven aan wat van leerlingen wordt verwacht. Waar relevant geeft een opsomming of een afbakening (★) aan wat bij de realisatie van het leerplandoel aan bod moet komen. Ook pop-ups bevatten informatie die noodzakelijk is bij de realisatie van het leerplandoel. De leerplandoelen zijn gebaseerd op de minimumdoelen van de basisvorming, de cesuurdoelen of de doelen die leiden naar een beroepskwalificatie. Indien een leerplandoel verder gaat, vind je een '+' bij het nummer van het leerplandoel. Al die leerplandoelen zijn verplicht te realiseren. In een aantal gevallen zijn keuzedoelen opgenomen; die leerplandoelen zijn weergegeven in een grijze kleur en het nummer van het leerplandoel wordt voorafgegaan door 'K'.

De leerplandoelen zijn ingedeeld in een aantal rubrieken. Bovenaan elke rubriek vind je de relevante minimumdoelen van de basisvorming, de cesuurdoelen en/of doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties, afhankelijk van de finaliteit. Als leraar hoef je je die taal niet eigen te maken. Het volstaat dat je de leerplandoelen realiseert zoals opgenomen in het leerplan.

Waar relevant wordt de samenhang met andere leerplannen in dezelfde graad aangegeven, evenals de samenhang met de onderliggende graad.

'Duiding' bij een leerplandoel bevat een noodzakelijke toelichting bij het doel. In pedagogisch-didactische wenken vinden leraren inspiratie om met het leerplandoel aan de slag te gaan. Een rubriek 'extra' bij een leerplandoel biedt leraren inspiratie om verder te gaan dan wat het leerplandoel minimaal vraagt.

De **basisuitrusting** geeft aan welke materiële uitrusting vereist is om de leerplandoelen te kunnen realiseren.

Het **glossarium** bevat een overzicht van handelingswerkwoorden die in alle leerplannen van de graad als synoniem van elkaar worden gebruikt of meer toelichting nodig hebben.

De **concordantie** geeft aan welke leerplandoelen gerelateerd zijn aan bepaalde minimumdoelen, cesuurdoelen of doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties.

2 Situering

2.1 Samenhang met de eerste graad

Het leerplan Wiskunde B+S'' van de tweede graad D-finaliteit bouwt verder op het leerplan Wiskunde voor de eerste graad A-stroom.

2.2 Samenhang in de tweede graad

2.2.1 Samenhang met andere leerplannen Wiskunde binnen de finaliteit

Er zijn vijf leerplannen Wiskunde voor studierichtingen van de tweede graad D-finaliteit. In de onderstaande tabel wordt aangegeven voor welke studierichtingen de leerplannen gelden.

Basisleerplan	Beeldende en audiovisuele vorming; Dans; Maatschappij- en welzijnswetenschappen; Muziek; Woordkunst-drama
Leerplan B+	Humane wetenschappen
Leerplan B+S'	Bedrijfswetenschappen; Topsport-Economie
Leerplan B+S	Architecturale en beeldende vorming; Biotechnologische STEM-wetenschappen; Biotechnologische wetenschappen; Bouwwetenschappen; Economische wetenschappen; Freinetpedagogie; Grieks-Latijn; Latijn; Moderne talen; Sportwetenschappen; Technologische wetenschappen; Topsport-Natuurwetenschappen
Leerplan B+S''	Economische wetenschappen; Grieks-Latijn; Latijn; Natuurwetenschappen; Technologische wetenschappen

2.3 Plaats in de lessentabel

Het leerplan is gebaseerd op minimumdoelen van de basisvorming, op cesuurdoelen en op differentiële doelen. Het leerplan is gericht op 10 graaduren en is bestemd voor volgende studierichtingen van de doorstroomfinaliteit:

- Economische wetenschappen;
- Grieks-Latijn;
- Latijn;
- Natuurwetenschappen;
- Technologische wetenschappen.

Voor de studierichtingen Economische wetenschappen, Grieks-Latijn, Latijn en Technologische wetenschappen is ook het leerplan Wiskunde B+S geldig, dat gericht is op 8 graaduren. De school kan zelf bepalen welk leerplan ze hanteert: het leerplan gericht op 8 graaduren, het leerplan gericht op 10 graaduren of beide leerplannen in functie van differentiatie tussen leerlingengroepen in eenzelfde studierichting.

Het geheel van de algemene en specifieke vorming in elke studierichting vind je terug op de [PRO-pagina](#) met alle vakken en leerplannen die gelden per studierichting.



3 Pedagogisch-didactische duiding

3.1 Wiskunde en het vormingsconcept

Het leerplan Wiskunde is ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. In het leerplan ligt de nadruk op de wiskundige vorming. Leerlingen leren om wiskundig te redeneren en te communiceren en om problemen op te lossen door gebruik te maken van wiskundige concepten en procedures. Daarnaast zijn er tal van interacties met andere vormingscomponenten zoals de natuurwetenschappelijke en technische vorming en de maatschappelijke vorming. Leerlingen leren wiskunde in verschillende wetenschapsgebieden te gebruiken en het helpt hen om kritisch denkende burgers te worden in de maatschappij.

Uit die vormingscomponenten zijn de krachtlijnen van het leerplan ontstaan.

3.2 Krachtlijnen

Wiskundige begrippen, concepten, eigenschappen en methodes begrijpen en toepassen

Leerlingen ontwikkelen inzicht in begrippen, concepten, eigenschappen en methodes op vlak van getallenleer, meetkunde, algebra, functieleer, discrete wiskunde, logica en statistiek. De leerlingen leren ze ook in te zetten.

Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

Leerlingen ontwikkelen hun wiskundige taalvaardigheid en denk- en redeneervaardigheid. Ze leren wiskundige redeneringen te beargumenteren en te communiceren. Ze bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken via waarheidstabellen.

Wiskundig modelleren en probleemoplossend denken

Leerlingen leren gebruik te maken van wiskundige modellen zoals 2D-voorstellingen, vectoren, formules, functies, tabellen, grafieken en diagrammen. Ze beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten. Ze lossen ook vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Samenhang binnen wiskunde ontdekken en interacties tussen wiskunde en andere domeinen analyseren

Aan de hand van diverse contexten en voorbeelden van wiskundige toepassingen in verschillende domeinen krijgen leerlingen meer inzicht in wisselwerkingen. Ze ontdekken ook de samenhang binnen de wiskunde zelf en interpreteren wiskundige informatie uit de maatschappij op een kritische manier.

3.3 Opbouw

Overzicht van de rubrieken en deelrubrieken bij de leerplandoelen.

- Problemen oplossen en wiskundig redeneren
- Getallenleer
- Meetkunde
 - Gelijkvormigheid
 - De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken

- Ruimte meetkunde
- Vectoren
- Goniometrie
- Analytische meetkunde in het vlak
- De cirkel (keuzedeel)
- Algebra en functieleer
 - Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules
 - Inleiding tot reële functies
 - Eerstegraadsfuncties
 - Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen
 - Functies met voorschrift $f(x) = c/x$
 - Tweedegraadsfuncties
 - Deelbaarheid bij veeltermen
- Discrete wiskunde en logica
 - Telproblemen
 - Waarheidstabellen
 - Grafen (keuzedeel)
- Data en onzekerheid
 - Beschrijvende statistiek
 - Spreidingsdiagrammen

3.4 Leerlijnen

3.4.1 Samenhang met de eerste graad

In de onderstaande tabel geven we de samenhang weer tussen (deel)rubrieken van dit leerplan en (deel)rubrieken van het leerplan Wiskunde (I-Wis-a) voor de eerste graad A-stroom.

(Deel)rubrieken van het leerplan 2 ^{de} graad	(Deel)rubrieken van het leerplan 1 ^{ste} graad
Problemen oplossen en wiskundig redeneren	Problemen oplossen en wiskundig redeneren
Getallenleer	Getallenleer
Meetkunde – Gelijkvormigheid	Meetkunde – Vlakke meetkunde <i>(i.h.b. congruentie en congruentiekenmerken)</i>
Meetkunde – Ruimte meetkunde	Meetkunde – Ruimte meetkunde
Meetkunde – Vectoren	Meetkunde – Vlakke meetkunde <i>(i.h.b. translatie over een vector)</i>
Algebra en functieleer – Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules	Algebra <i>(i.h.b. eerstegraadsvergelijkingen, getalwaarde van een algebraïsche uitdrukking)</i>
Algebra en functieleer – Inleiding tot reële functies Algebra en functieleer – Eerstegraadsfuncties Algebra en functieleer – Functies met voorschrift $f(x) = c/x$	Algebra <i>(i.h.b. recht en omgekeerd evenredige verbanden)</i>
Algebra en functieleer – Deelbaarheid bij veeltermen	Algebra <i>(i.h.b. rekenen met algebraïsche uitdrukkingen)</i>
Discrete wiskunde en logica – Telproblemen	Problemen oplossen en wiskundig redeneren <i>(i.h.b. bewerkingen met twee verzamelingen)</i>



Discrete wiskunde en logica – Waarheidstabellen	Problemen oplossen en wiskundig redeneren (i.h.b. implicatie en equivalentie)
Data en onzekerheid	Data en onzekerheid

3.4.2 Samenhang in de tweede graad

Verschillende leerplannen Wiskunde voor de tweede graad D-finaliteit

De onderstaande tabel geeft een samenvatting van de leerinhouden in de leerplannen Wiskunde B+, B+S, B+S' en B+S'' voor de tweede graad D-finaliteit. Keuzedoelen in leerplannen zijn niet opgenomen in de tabel.

Leerplan B+	Rekenen met reële getallen, meetkunde (onderlinge ligging in ruimte, gelijkvormigheid, stelling van Pythagoras, goniometrie in rechthoekige driehoeken, vectoren), inleiding functies, eerstegraadsfuncties (incl. vergelijkingen en ongelijkheden), stelsels, algemene tweedegraadsfuncties (incl. vergelijkingen), telproblemen, logica, beschrijvende statistiek, spreidingsdiagrammen en generieke doelen
Leerplan B+S'	Extra t.o.v. leerplan B+: tweedegraadsongelijkheden, functies met voorschrift $f(x) = c/x$
Leerplan B+S	Extra t.o.v. leerplan B+S': goniometrie (sinus- en cosinusregel, verwante hoeken), rekenen met vectoren
Leerplan B+S''	Extra t.o.v. leerplan B+S: inproduct en analytische meetkunde in vlak, deelbaarheid bij veeltermen, bewijzen met bewijstechnieken

Inhoudelijke samenhang met andere leerplannen

In het leerplan zijn er verschillende linken met leerplannen met natuurwetenschappelijke inhouden.

Leerinhoud wiskunde	Leerinhoud natuurwetenschappen
Fenomenen beschrijven uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten	Wisselwerking wetenschappen, technologie, wiskunde en maatschappij
Vraagstukken en problemen oplossen	Een oplossing ontwerpen
Bewerkingen met vectoren	Resulterende kracht
Formules omvormen	Formules gebruiken bij fysische problemen (bv. energieomzettingen kwantificeren)
Eerstegraadsfuncties	Eenparig rechtlijnige beweging
Algemene tweedegraadsfuncties	Eenparig veranderlijke rechtlijnige beweging

Voor de studierichting Economische Wetenschappen is er ook samenhang met het leerplan Economie (II-Eco-d).

Leerinhoud wiskunde	Leerinhoud economie
Eerstegraadsfuncties	Optimaal keuzegedrag producent Prijsvorming
Tweedegraadsfuncties	Optimaal keuzegedrag producent

3.5 Aandachtspunten

Rubrieken 'Problemen oplossen en wiskundig redeneren'

Het is niet de bedoeling om deze rubriek als een apart gegeven te benaderen: de leraar heeft de vrijheid en verantwoordelijkheid om de doelen breed en strategisch in te zetten en te combineren met doelen uit de inhoudelijke rubrieken.

Gebruik van contexten

Bij veel van de leerplandoelen is het aangewezen om zowel met als zonder context te werken. Werken met contexten kan leerlingen motiveren en maakt duidelijk dat wiskunde kan worden aangewend in meerdere contexten (leefwereld, maatschappelijk, wetenschappelijk, professioneel). Daardoor kan een positievere attitude tegenover wiskunde ontstaan. Contexten kunnen bijkomende aandacht vragen: het mathematiseren van de opgave en het demathematiseren van het resultaat. Bij contextvragen spelen ook niet-wiskundige factoren zoals taal een grotere rol dan bij kale opgaven. Kale opgaven en contextopgaven meten niet noodzakelijk altijd dezelfde wiskundige vaardigheden.

Wiskunde leren met en zonder contexten is belangrijk om kennis en vaardigheden te transfereren naar gelijkaardige en naar nieuwe situaties. Daarbij is het ook belangrijk om te variëren in contexten. Volgende leerplandoelen worden minimaal zonder context gerealiseerd, maar het is zinvol om ze ook met context te realiseren: LPD 6, 7, 8, 11, 12, 18, 19, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 31.

In functie van doorstroom naar studierichtingen met 6u wiskunde

Voor de studierichtingen Economische wetenschappen, Grieks-Latijn, Latijn en Technologische wetenschappen zijn er twee leerplannen Wiskunde geldig: het leerplan B+S (II-WisS-d) en het leerplan B+S'' (II-WisS''-d). Voor de studierichting Natuurwetenschappen is enkel het leerplan Wiskunde B+S'' geldig. Het leerplan Wiskunde B+S'' is geschreven in functie van doorstroom naar de studierichtingen Economie-Wiskunde, Grieks-Wiskunde, Latijn-Wiskunde, Technologische wetenschappen en Engineering en Wetenschappen-Wiskunde van de derde graad D-finaliteit.

Hieronder vergelijken we de leerplannen Wiskunde B+S en Wiskunde B+S''.

- De leerplandoelen 1-40 zijn zowel opgenomen in het leerplan Wiskunde B+S als in het leerplan Wiskunde B+S'', maar ze vertonen wel verschillen op niveau van de wenken.
- De leerplandoelen B1-B6 zijn enkel opgenomen in het leerplan B+S''. Op inhoudelijk vlak gaat het over uitspraken bewijzen (LPD B1), analytische meetkunde in het vlak (LPD B2-B5) en deelbaarheid bij veeltermen (LPD B6).
- De keuzedelen over de cirkel (LPD K1) en over grafen (LPD K2-K3) zijn opgenomen in beide leerplannen.

Met het oog op een succesvolle doorstroom naar studierichtingen met 6u wiskunde is het belangrijk om het leerplan Wiskunde B+S'' aan te bieden, waarbij LPD 1-40 met meer diepgang (complexiteit en abstractie) worden gerealiseerd én waarbij LPD B1-B6 aan bod komen. Studierichtingen met 6u wiskunde in de 3de graad vertrekken van die beginsituatie; ze bouwen verder op de diepgaandere realisatie van LPD 1-40 en beschouwen de leerinhouden bij LPD B1-B6 als verworven in de 2de graad.

De twee leerplannen Wiskunde B+S en B+S'' laten scholen toe om binnen de studierichtingen Economische wetenschappen, Grieks-Latijn, Latijn en Technologische wetenschappen twee varianten aan te bieden: een variant met 8 graaduren (leerplan B+S) en een variant met 10 graaduren (leerplan B+S''). Twee voorbeelden:

- In de studierichting Latijn kan de school een onderscheid maken tussen de variant met 4u wiskunde per week (leerplan B+S) op basis waarvan leerlingen kunnen doorstromen naar Latijn-moderne talen of Latijn-wetenschappen, en de variant met 5u wiskunde per week (leerplan B+S'') op basis waarvan leerlingen kunnen doorstromen naar Latijn-wiskunde.
- In de studierichting Technologische wetenschappen kan de school een onderscheid maken tussen de variant met 4u wiskunde per week (leerplan B+S) op basis waarvan leerlingen kunnen doorstromen naar Mechatronica, Informatica- en communicatiewetenschappen ..., en de variant met 5u wiskunde



per week (leerplan B+S'') op basis waarvan leerlingen kunnen doorstromen naar Technologische wetenschappen en engineering.

3.6 Leerplanpagina



Wil je als gebruiker van dit leerplan op de hoogte blijven van inspirerend materiaal, achtergrond, professionalisering en lerarennetwerken, surf dan naar de [leerplanpagina](#).

4 Leerplandoelen

4.1 Problemen oplossen en wiskundig redeneren

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 1 De leerlingen beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten uit de tweede graad.

Samenhang tweede graad: Wisselwerking wetenschappen, technologie, wiskunde en maatschappij (II-Nat'-d LPD 5S; II-NatS-d LPD 6S; II-TeWe-d LPD 5)

Wenk: Je kan aan dit doel werken door voldoende contexten bij de inhoudelijke doelen aan bod te laten komen. Telkens wanneer er met een context wordt gewerkt, zal een wiskundig concept worden gebruikt om iets uit de realiteit te beschrijven. Je kan zowel werken met richtingspecifieke als actuele contexten.

Wenk: Je kan via dit doel ook werken aan het STEM-doel over de wisselwerking tussen wetenschappen, technologie, wiskunde en de maatschappij.

LPD 2 De leerlingen lossen vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Samenhang tweede graad: Een oplossing ontwerpen (II-Nat'-d LPD 4S; II-NatS-d LPD 5S; II-TeWe-d LPD 4)

Duiding: Bij vraagstukken is de oplossingsmethode vaak aansluitend bij de pas geziene leerstof, terwijl bij problemen oplossen heuristieken en een oplossingsmethode moeten worden gekozen.

Wenk: Je kan het oplossen van problemen best integreren in het normale lesgebeuren en gespreid doorheen het schooljaar laten terugkomen. De leerlingen zullen die vaardigheid maar verwerven doorheen een actief leerproces. Je kan bijvoorbeeld na een aantal leerinhouden of hoofdstukken problemen laten oplossen waarbij leerlingen zelf de passende leerinhoud moeten selecteren. Je kan ook problemen

aan bod laten komen die los staan van de geziene leerinhouden.

Wenk: Heuristische methoden worden veelvuldig gebruikt bij het oplossen van problemen. Belangrijk is ze bewust te laten ervaren en te expliciteren op het ogenblik dat ze spontaan worden gebruikt. Voorbeelden van heuristieken die aan bod kunnen komen: het gegeven en gevraagde expliciteren, het probleem herformuleren of opdelen in deelproblemen, een schets of tekening maken, bijzondere gevallen onderzoeken, tijdelijk één van de voorwaarden laten vallen, van achter naar voor werken, alle mogelijkheden opschrijven en dan elimineren.

Wenk: Het demathematiseren kan gebeuren via een antwoordzin. Controleren of een antwoord realistisch is, hoort ook bij deze stap van het oplossingsproces.

LPD 3 De leerlingen gebruiken ICT om berekeningen uit te voeren en grafische voorstellingen te maken.

Wenk: Je kan ICT breed en strategisch (laten) inzetten en combineren met de inhoudelijke doelen.

Wenk: Voorbeelden van grafische voorstellingen: grafieken van functies, statistische tabellen en diagrammen.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het zinvol gebruik van ICT, bv. bij berekeningen.

LPD 4 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en maken daarbij ook gebruik van eigenschappen of van een tegenvoorbeeld.

Wenk: Om de correctheid van een wiskundige uitspraak na te gaan kan het nuttig zijn om ze eerst te laten illustreren met voorbeelden. Om aan te tonen dat een uitspraak vals is kan er worden gewerkt met een tegenvoorbeeld.

Wenk: Je kan dit doel breed inzetten en combineren met de inhoudelijke doelen. Wiskundige redeneringen of argumentaties komen bv. ook aan bod in oefeningen waarbij wiskundige eigenschappen worden toegepast.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het gestructureerd verwoorden en noteren van de gedachtegang bij een redenering met correct gebruik van vakterminologie. Je kan tijdens de les de leerlingen hun redenering mondeling laten uitleggen en de leerlingen evalueren door mogelijke fouten aan te wijzen en te laten verbeteren.

Wenk: Symbolen kunnen handig zijn om een uitdrukking verkort weer te geven. Het is anderzijds niet de bedoeling om daarin te overdrijven, m.a.w. geen symboliek om de symboliek. Het is niet nodig dat de leerlingen de dubbele pijl systematisch gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen.

LPD B1 De leerlingen bewijzen wiskundige uitspraken.

★ Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde

Wenk: Je kan tussenstappen van een bewijs laten verantwoorden. Je kan bewijzen laten reconstrueren in een gewijzigde situatie (zoals in een specifieke situatie of met andere symbolen).

Wenk: Voorbeelden van bewijzen: eigenschappen en rekenregels van bewerkingen, de



gelijkvormigheidsskenmerken van driehoeken, de stelling van Thales, de stelling van Pythagoras, formule voor de afstand tussen twee punten en tussen een punt en rechte in het vlak, goniometrische formules (bv. grondformule), de sinus- en cosinusregel, discriminantformule bij het oplossen van tweedegraadsvergelijkingen, reststelling voor veeltermen, eigenschappen van de cirkel, eigenschappen van grafen ...

Wenk: Je kan de bewijstechniek 'bewijs uit het ongerijmde' gebruiken bij de irrationaliteit van $\sqrt{2}$ of voor de uniciteit van quotiënt en rest bij de Euclidische deling van veeltermen.

4.2 Getallenleer

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 5 De leerlingen leggen de invoering van de reële getallen uit als de vervollediging van de reële getallen.

- ★ Getallen met eindige of oneindige doorlopende decimale vorm, met of zonder repeterend deel

Wenk: De noodzaak van de invoering van reële getallen kan worden geduid door aan te geven dat vierkantswortels van rationale getallen niet rationaal hoeven te zijn (bv. $\sqrt{2}$). Je kan de irrationale lengte $\sqrt{2}$ exact construeren als de lengte van de diagonaal van een vierkant met zijde 1 (door gebruik te maken van de stelling van Pythagoras) of als de lengte van de zijde van een ingeschreven 'diagonaal' vierkant in een vierkant met zijde 2 (door gebruik te maken van de formule voor de oppervlakte van een vierkant). Een ander voorbeeld van een irrationaal getal is het getal π .

Wenk: Je kan gebruik maken van de terminologie en symboliek van verzamelingenleer die de leerlingen in de eerste graad A-stroom al aangeleerd kregen.

LPD 6 De leerlingen ordenen reële getallen.

1ste graad: Ordenen van rationale getallen (I-Wis-a LPD 8)

Wenk: Je kan reële getallen ordenen door gebruik te maken van symbolen en door ze voor te stellen op een getallenas.

LPD 7 De leerlingen rekenen met reële getallen.

- ★ Optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling, machtsverheffing met gehele exponenten, vierkantsworteltrekking met rekenregels en eigenschappen met symbolen
Schatting van grootteorde en afronding

1ste graad: Rekenen met rationale getallen (I-Wis-a LPD 11, 12, 14, 15, 16)

Wenk: Je kan bij vierkantswortels de volgende opbouw gebruiken om het concept in te voeren: eerst de definitie van een wortel van een reëel getal geven, daarna de leerlingen laten onderzoeken hoeveel wortels een getal heeft, dan het

onderscheid maken tussen de positieve en de negatieve vierkantswortels als het reëel getal positief is en tenslotte de wortelnotatie invoeren. Je kan de grootteorde van een vierkantswortel laten schatten zonder ICT en een rationale benadering laten berekenen met ICT.

Wenk: Berekeningen zonder ICT zijn beperkt in omvang en complexiteit.

Wenk: Je kan als een toepassing van machten met gehele exponenten de wetenschappelijke schrijfwijze aan bod laten komen.

Wenk: Wat betreft vierkantswortels kan je de volgende rekenregels aan bod laten komen: vereenvoudigen van vierkantswortels, vereenvoudigen van som of verschil van gelijksoortige vierkantswortels en het product en quotiënt van vierkantswortels. Het vereenvoudigen van vierkantswortels staat i.f.v. de bewerkingen. Gekunstelde oefeningen worden best vermeden.

Wenk: Je kan de noemer van een breuk wortelvrij laten maken.

Extra: Je kan naast vierkantswortels ook derdemachtswortels van reële getallen invoeren.

4.3 Meetkunde

4.3.1 Gelijkvormigheid

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 8 De leerlingen bepalen het effect van schaalverandering op vorm, lengte, oppervlakte en volume.

★ Gelijkvormigheidsfactor

Wenk: In dit leerplandoel wordt het verband gelegd tussen gelijkvormigheid en schaal. Je kan de gelijkvormigheidsfactor bij vlakke en ruimtelijke figuren berekenen.

Extra: Je kan gelijkvormigheid beschrijven met behulp van samenstellingen van transformaties, in het bijzonder homothetieën. Indien het vlak voorzien is van een assenstelsel kan je de coördinaten van het beeldpunt onder een homothetie bepalen vanuit de coördinaten van het origineel (m.b.v. rekenen met vectoren).

LPD 9 De leerlingen passen gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken toe om meetkundige problemen op te lossen.

1ste graad: Congruëntiekenmerken van driehoeken (I-Wis-a LPD 24)

Wenk: Je kan de leerlingen eerst kenmerken laten onderzoeken, daarna laten formuleren en tenslotte laten toepassen.

Wenk: Je kan metrische betrekkingen in een rechthoekige driehoek verklaren d.m.v. gelijkvormigheidskenmerken.

Wenk: Je kan de stelling van Thales aan bod laten komen.



4.3.2 De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 10 De leerlingen passen de stelling van Pythagoras toe om vlakke en ruimtelijke problemen op te lossen.

Wenk: Je kan de leerlingen eerst de stelling laten onderzoeken, daarna laten formuleren en tenslotte laten toepassen. Bij het formuleren van de stelling van Pythagoras heeft een formulering in woorden de voorkeur op een formulering via een formule, omdat die formule nadien vaak fout wordt toegepast.

Wenk: Je kan de stelling van Pythagoras gebruiken om bepaalde irrationale lengtes te construeren (bv. $\sqrt{2}$ of $\sqrt{5}$).

Wenk: Als een ruimtelijke toepassing kan je leerlingen de lengte van een ruimtediagonaal van een balk of de hoogte van een piramide laten berekenen. Daarbij moeten ze tweemaal het geschikte vlak kiezen.

Wenk: Je kan de analytische uitdrukking voor de afstand tussen twee punten in het vlak gebruiken.

Wenk: Je kan ook de omgekeerde stelling van Pythagoras aan bod laten komen.

LPD 11 De leerlingen gebruiken de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens in rechthoekige driehoeken om meetkundige problemen op te lossen.

★ Grondformule van de goniometrie

Wenk: Je kan de sinus, cosinus en tangens van een scherpe hoek invoeren als een verhouding van zijden in een rechthoekige driehoek. De tangens van een scherpe hoek kan je ook definiëren als de verhouding van de sinus met de cosinus van die hoek.

Wenk: Je kan ICT laten gebruiken bij het bepalen van goniometrische getallen van een gegeven scherpe hoek.

Wenk: Bij sommige meetkundige problemen moet een scherpe hoek in een rechthoekige driehoek worden bepaald vanuit de lengtes van twee zijdes en zullen de leerlingen dus de grootte van een scherpe hoek moeten bepalen vanuit de sinus, cosinus of tangens van die hoek. Daarbij kan ICT worden ingezet. Je kan duiden dat voor scherpe hoeken de kennis van één van de goniometrische getallen de hoek ondubbelzinnig bepaalt. Het is echter niet nodig om de cyclometrische functies in te voeren.

Wenk: Bij berekeningen met hoeken kan de hoekgrootte worden geschreven als een aantal graden in decimale vorm, maar ook met behulp van het zestigtallig stelsel met graden, minuten en seconden. Bij de omzetting wordt best ICT ingezet. De schrijfwijze in het zestigtallig stelsel heeft als voordeel dat er minder verwarring mogelijk is tussen de hoek en een goniometrisch getal bij die hoek.

4.3.3 Ruimte meetkunde

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 12 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten, twee vlakken en een rechte en een vlak in ruimtelijke situaties.

1ste graad: Ruimtefiguren (I-Wis-a LPD 26)

Wenk: Je kan aangeven dat evenwijdige rechten ofwel strikt evenwijdig ofwel samenvallend zijn. Analoog zijn samenvallende vlakken evenwijdig en is een rechte in een vlak evenwijdig met dat vlak.

Wenk: De loodrechte stand wordt beschouwd als een onderdeel van de onderlinge ligging. Loodrechte kruisende rechten kan je visualiseren door gebruik te maken van een concrete figuur zoals een kubus. Het is niet nodig om de hoek tussen twee kruisende rechten te definiëren.

Wenk: Je kan het snijpunt van twee rechten of van een rechte en een vlak laten bepalen. Je kan de snijlijn van twee vlakken laten bepalen.

Extra: Je kan een ruimtelijke situatie laten voorstellen op een tweedimensionale manier. Je kan de onderlinge ligging laten visualiseren en de doorsnede van een vlak met een balk of kubus laten bepalen.

4.3.4 Vectoren

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 13 De leerlingen tekenen in het vlak de som van vectoren en de scalaire vermenigvuldiging van een vector met een getal.

Samenhang tweede graad: Resulterende kracht (II-Nat'-d LPD 3F; II-NatS-d LPD 3F, 7F; II-TeWe-d LPD 7, 15, 21)

1ste graad: Translatie over een vector (I-Wis-a LPD 23)

Wenk: Je kan aandacht schenken aan de nulvector als een speciaal geval van een vector en aan de tegengestelde vector van een vector (bv. bij het verschil van vectoren of bij een scalaire vermenigvuldiging met een negatief getal).

Wenk: Het vectormodel wordt gebruikt om bepaalde grootheden voor te stellen zoals kracht, verplaatsing en snelheid. Het is niet de bedoeling om een aparte studie van de fysische grootheden te doen. Vectoren worden in andere vakgebieden soms anders genoteerd; soms is ook het aangrijpingspunt van belang.

LPD 14 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak.

- ★ **Bewerkingen: optelling en scalaire vermenigvuldiging**
Norm van een vector en ontbinding van een vector in zijn componenten

Wenk: Je gebruikt coördinaten in een orthonormaal assenstelsel bij het rekenen met vectoren.



Wenk: Je kan meetkundige objecten beschrijven door gebruik te maken van vectoren.
Voorbeelden: het midden van een lijnstuk en het zwaartepunt van een driehoek.

4.3.5 Goniometrie

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 15 + De leerlingen bepalen goniometrische getallen van georiënteerde hoeken met behulp van de goniometrische cirkel.

Wenk: Je kan de stelling van Pythagoras gebruiken om de grondformule van de goniometrie uit te breiden naar de goniometrische cirkel.

Wenk: Je kan naast de goniometrische getallen sinus en cosinus ook de tangens en cotangens aan bod laten komen. Je kan de link leggen tussen de richtingscoëfficiënt van een rechte en de tangens van de bijbehorende hellingshoek.

Wenk: Een punt op de goniometrische cirkel komt overeen met een goniometrische hoek. Zo'n hoek heeft oneindig veel hoekwaardes, die kunnen worden genoteerd door $\alpha + k \cdot 360^\circ$ met k een geheel getal. Je kan kiezen om steeds te werken met een representant in het interval $[0^\circ, 360^\circ[$ of in $] - 180^\circ, 180^\circ]$.

LPD 16 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

★ Formules: verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken

Wenk: Je kan de verbanden tussen de goniometrische getallen van verwante hoeken laten onderzoeken aan de hand van de goniometrische cirkel. Het is niet de bedoeling dat de leerlingen de verbanden van buiten leren.

Wenk: Je kan andere goniometrische formules aan bod laten komen, bv. de grondformule of de formules die direct volgen uit de grondformule. De afgeleide formules moeten door de leerlingen niet vanbuiten worden geleerd. Je kan d.m.v. formules vanuit een gegeven goniometrisch getal de andere goniometrische getallen laten bepalen zonder de hoeken zelf te berekenen.

LPD 17 De leerlingen gebruiken de sinus- en cosinusregel om meetkundige problemen op te lossen.

Wenk: Je kan aangeven dat de cosinusregel een veralgemening is van de stelling van Pythagoras voor willekeurige driehoeken.

Wenk: Als je enkel de sinusregel gebruikt voor het oplossen van een driehoek kan je twee mogelijkheden uitkomen. Je kan daar aandacht aan schenken, bv. door leerlingen eerst een tekening te laten maken of door de link te leggen met de congruentiekenmerken of met verwante hoeken.

Wenk: Je kan ook ruimtelijke problemen aan bod laten komen.

Extra: Je kan de formule van Heron voor de oppervlakte van een driehoek aantonen door gebruik te maken van de cosinusregel.

4.3.6 Analytische meetkunde in het vlak

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD B2 De leerlingen berekenen het inproduct van vectoren in het vlak.

Wenk: Bij het inproduct kan je gebruik maken van de twee formules, nl. in termen van norm van vectoren en ingesloten hoek (grafische betekenis) en met behulp van coördinaten.

LPD B3 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak op.

Wenk: Parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte zijn verwant en verschillen in feite enkel van elkaar in schrijfwijze. Parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte zijn niet uniek omdat zowel de 'startpositie' als de richtingsvector van een rechte niet uniek bepaald zijn.

Wenk: De coëfficiëntenvector (u, v) bij de variabelen x en y van een cartesische vergelijking $ux + vy + w = 0$ van een rechte is een normaalvector van de rechte. Een vector die daarop loodrecht staat, bijvoorbeeld $(v, -u)$, geeft dus een richtingsvector van de rechte. Je kan dat gebruiken om een cartesische vergelijking om te zetten naar een vectorvergelijking en omgekeerd. Bij toepassingen kan je aandacht schenken aan de meest geschikte vorm van de vergelijking.

Wenk: Je kan de vergelijking van een zwaartelijn in een driehoek opstellen.

Extra: Je kan de vergelijking van de raaklijn in een punt van een cirkel laten opstellen.

Extra: Je kan de vergelijking van een cirkel met gegeven middelpunt en straal laten opstellen. Je kan ook vanuit de algemene vergelijking van een cirkel het middelpunt en de straal laten bepalen.

LPD B4 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.

Wenk: Bij de onderlinge ligging van rechten kan je samenvallende rechten bekijken als een speciaal geval van evenwijdige rechten. Voor de evenwijdigheid van rechten in het vlak te onderzoeken kan je gebruik maken van richtingsvectoren of -getallen.

Wenk: De loodrechte stand wordt beschouwd als een onderdeel van de onderlinge ligging. Je kan de loodrechte stand van rechten onderzoeken door na te gaan of het product van richtingscoëfficiënten bij de rechten gelijk aan -1 is. Je kan ook nagaan of het inproduct van twee richtingsvectoren of van twee normaalvectoren gelijk is aan nul.

Wenk: Je kan de vergelijking van een rechte laten opstellen die loodrecht staat op een andere rechte, bijvoorbeeld van een middelloodlijn of een hoogtelijn in een driehoek.

Extra: Je kan de onderlinge ligging van een cirkel met een rechte of van twee cirkels



bepalen (via een afstandsformule) en eventuele snijpunten bepalen (via vergelijkingen).

LPD B5 De leerlingen berekenen de afstand tussen een punt en een rechte en de hoek tussen twee snijdende rechten in het vlak.

Wenk: Je kan de afstand van een punt tot een rechte bepalen a.d.h.v. de afstandsformule als de cartesische vergelijking van de rechte gegeven is.

Wenk: Je kan de hoek tussen twee snijdende rechten bepalen via het inproduct van twee richtingsvectoren.

Wenk: Je kan als toepassing de vergelijkingen van de bissectrices van twee snijdende rechten laten opstellen.

Extra: Je kan de vergelijkingen van de raaklijnen uit een punt aan een cirkel laten opstellen.

4.3.7 De cirkel (keuzedeel)

LPD K1 De leerlingen gebruiken eigenschappen van de cirkel om meetkundige problemen op te lossen.

Wenk: Voorbeelden van eigenschappen:

- door drie niet-collineaire punten gaat juist één cirkel;
- eigenschappen van apothema, straal en koorde;
- eigenschap van raaklijn aan de cirkel;
- eigenschappen van middelpuntshoeken en omtrekshoeken;
- eigenschap van raaklijnen uit een punt aan de cirkel.

Wenk: Je kan de eigenschappen eerst laten onderzoeken, daarna laten formuleren (en eventueel bewijzen) en tenslotte laten toepassen.

Wenk: Je kan eigenschappen gebruiken bij constructies met passer en liniaal, bv. van de raaklijn in een punt van de cirkel of van raaklijnen uit een punt aan de cirkel.

Extra: Je kan het begrip macht van een punt t.o.v. een cirkel invoeren en de bijhorende eigenschap aantonen.

Extra: Je kan de constructie van de gemeenschappelijke (inwendige en uitwendige) raaklijnen aan twee cirkels behandelen.

4.4 Algebra en functieleer

4.4.1 Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 18 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen in één onbekende algebraïsch op in \mathbb{R} .

1ste graad: Eerstegraadsvergelijkingen (I-Wis-a LPD 33)

Wenk: Je kan de balansmethode gebruiken om eigenschappen van gelijkheden te duiden. Na automatisatie van die eigenschappen door de leerlingen hoeft er niet steeds meer worden teruggegrepen naar de balansmethode.

Wenk: Je kan ervoor kiezen om dit doel samen met het grafisch oplossen van eerstegraadsvergelijkingen (LPD 25) aan te brengen.

Wenk: Je kan vergelijkingen met één parameter laten bespreken.

LPD 19 De leerlingen lossen eerstegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op in \mathbb{R} .

Wenk: Je kan de oplossingenverzameling van een eerstegraadsongelijkheid grafisch laten voorstellen op een getallenas of weergeven via de intervalnotatie.

Wenk: Je kan ervoor kiezen om dit doel samen met het grafisch oplossen van eerstegraadsongelijkheden (LPD 25) aan te brengen.

Wenk: Je kan stelsels van eerstegraadsongelijkheden in één onbekende aan bod laten komen.

Wenk: Je kan ongelijkheden met één parameter laten bespreken.

LPD 20 De leerlingen drukken bij een formule één variabele uit in functie van een andere.

Samenhang tweede graad: Formules gebruiken bij fysische problemen (II-Nat'-d LPD 1F; II-NatS-d LPD 1F; II-TeWe-d LPD 1)

1ste graad: Getalwaarde van een algebraïsche uitdrukking (I-Wis-a LPD 30)

Wenk: Je kan lineaire en zuiver kwadratische verbanden aan bod laten komen. Je kan formules gebruiken die voorkomen in de eerste graad A-stroom of tweede graad D-finaliteit. Voorbeelden van wiskundige formules: formules voor oppervlakte, goniometrische getallen als verhoudingen, stelling van Pythagoras ...

Wenk: Je kan dit doel als een apart gegeven aanleren. Het is daarnaast opportuun om het omvormen van formules ook op andere momenten (wanneer er een formule aangeleerd wordt) aan bod te laten komen.

4.4.2 Inleiding tot reële functies

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 21 De leerlingen leggen uit wat een functie is en leggen het verband tussen verschillende representaties van een functie, met name tussen verwoording, tabel, grafiek en voorschrift.

1ste graad: Recht en omgekeerd evenredige verbanden (I-Wis-a LPD 34)

Wenk: Je kan het input-outputmodel gebruiken om functies in te voeren en het verschil aangeven tussen de onafhankelijke en afhankelijke variabele.

Wenk: Een verwoording van een functie beschrijft de betekenis die de functie heeft. Het



verband tussen variabelen wordt uitgelegd.

Wenk: Je kan aangeven dat in veel concrete situaties er geen expliciet functievoorschrift voorhanden is.

4.4.3 Eerstegraadsfuncties

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 22 De leerlingen bepalen de richtingscoëfficiënt bij eerstegraadsfuncties.

Wenk: Je kan de richtingscoëfficiënt bij eerstegraadsfuncties laten bepalen vanuit het voorschrift, een tabel met functiewaarden, twee gegeven punten of een grafiek. De richtingscoëfficiënt kan grafisch worden afgelezen vanuit een grafiek als de toename (of afname) van de afhankelijke variabele als de onafhankelijke variabele met één toeneemt.

Wenk: Je kan bij eerstegraadsfuncties starten met de functies met voorschrift van de vorm $f(x) = ax$ en zo de link leggen met recht evenredige grootheden en de evenredigheidsconstante. De grafieken van zulke functies zijn rechten door de oorsprong, waarbij het stijgen/dalen wordt bepaald door de richtingscoëfficiënt.

Wenk: Je kan aangeven dat de grafiek van een eerstegraadsfunctie met voorschrift $f(x) = ax + b$ verkregen wordt door een verticale verschuiving van de grafiek van de functie met voorschrift $f(x) = ax$. Zo kan je ook tonen dat rechten met dezelfde richtingscoëfficiënt evenwijdig zijn.

Wenk: Je kan ook constante functies aan bod laten komen, waarbij de richtingscoëfficiënt gelijk aan nul is.

LPD 23 De leerlingen bepalen het voorschrift, een grafiek, een tabel van functiewaarden en een verwoording van een eerstegraadsfunctie als één van de andere representaties gegeven is.

★ Snijpunt met y -as

1ste graad: Recht evenredige verbanden (I-Wis-a LPD 34)

Wenk: Je kan grafieken zowel zonder als met ICT laten tekenen.

Wenk: Je kan bij het opstellen van een voorschrift van een eerstegraadsfunctie door twee gegeven punten eerst de richtingscoëfficiënt laten berekenen (LPD 22) en dan gebruik maken van de techniek van het opstellen van het voorschrift door een gegeven punt en met gegeven richtingscoëfficiënt.

Wenk: Je kan aangeven dat er bij het bepalen van een representatie van een eerstegraadsfunctie vanuit een tabel van functiewaarden kan worden gewerkt met eender welke twee punten. Kenmerkend voor zo'n tabel is dat bij een gelijke toename van de onafhankelijke variabele een gelijke toename of afname van de afhankelijke variabele hoort. Je kan leerlingen ook laten beslissen of een tabel van functiewaarden bij een eerstegraadsfunctie hoort.

LPD 24 De leerlingen analyseren kenmerken van eerstegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarde, tekenverloop en stijgen/dalen.

Samenhang tweede graad: Eenparig rechtlijnige beweging (II-Nat'-d LPD 2F; II-NatS-d LPD 2F; II-TeWe-d LPD 17); optimaal keuzegedrag producent (II-Eco-d LPD 6); prijsvorming (II-Eco-d LPD 8)

Wenk: Je kan het tekenverloop grafisch weergeven via een teken tabel of -schema. Ook het stijgen/dalen kan je weergeven in een tabel of schema.

Wenk: Je kan de nulwaarde van een eerstegraadsfunctie linken aan het snijpunt met de x -as. Je kan hier ook het snijpunt met de y -as aan bod laten komen.

LPD 25 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende grafisch op.

Wenk: In veel toepassingen zijn vergelijkingen van de vorm $f(x) = g(x)$, waarbij de functies f en g op zich een duidelijke betekenis hebben. Omdat de verschilfunctie $f - g$ vaak niet zo'n duidelijke betekenis heeft, is het aangewezen om de grafieken van beide functies te tekenen en de vergelijking op te lossen door de snijpunten te zoeken.

Wenk: Bij het werken zonder ICT kan je de grafieken laten tekenen, maar ook de grafieken ter beschikking stellen. Sowieso wordt de complexiteit van de opgave best beperkt, zodat het mogelijk is om de oplossing grafisch af te lezen. Dit is zeker het geval als de grafieken zelf moeten worden getekend.

4.4.4 Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 26 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen in twee onbekenden grafisch op.

Wenk: Bij het grafisch oplossen wordt het verband tussen de algemene vergelijking van een rechte en het functievoorschrift van de verwante eerstegraadsfunctie gebruikt. Je kan met concrete voorbeelden aangeven dat niet alle algemene vergelijkingen van rechten overeenkomen met de grafieken van eerstegraadsfuncties, want er zijn ook verticale rechten (die niet overeenkomen met een functie) en horizontale rechten (die overeenkomen met constante functies).

Wenk: ICT kan worden ingezet om de grafieken van eerstegraadsfuncties te tekenen.

LPD 27 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen in twee onbekenden algebraïsch op.

Wenk: Je kan oplossingsmethodes zoals de substitutiemethode, de gelijkstellingsmethode of de combinatiemethode aan bod laten komen. Je kan aandacht schenken aan de meest efficiënte methode bij het oplossen van stelsels.

Wenk: Je kan ook tijdens het algebraïsch oplossen terugrijpen naar het grafisch



oplossen, bijvoorbeeld om het antwoord te controleren. Je kan ook het effect van een algebraïsche methode grafisch illustreren: de bijbehorende rechten kunnen veranderen, maar hun snijpunt blijft gelijk.

4.4.5 Functies met voorschrift $f(x) = c/x$

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 28 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek van de functie $f(x) = c/x$ en haar kenmerken.

1ste graad: Omgekeerd evenredige verbanden (I-Wis-a LPD 34)

Wenk: Je kan grafieken zowel zonder als met ICT laten tekenen.

Wenk: Voorbeelden van kenmerken: domein, bereik, tekenverloop, stijgen/dalen, toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie t.o.v. de oorsprong, gedrag op oneindig, gedrag in de buurt van 0.

Extra: Je kan de grafiek van functies met voorschrift $k \cdot f(x)$, $f(x) + k$ of $f(x - k)$ opbouwen vanuit de grafiek van $f(x) = 1/x$ en de invloed op de horizontale en verticale asymptoot bespreken.

4.4.6 Tweedegraadsfuncties

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 29 De leerlingen tekenen de grafiek van een tweedegraadsfunctie vanuit het voorschrift.

★ Voorschriften $f(x) = a(x - p)^2 + q$ en $f(x) = ax^2 + bx + c$

Wenk: Je kan via de topvergelijking de grafiek van een tweedegraadsfunctie opbouwen vanuit de grafiek van $f(x) = x^2$. Je kan grafieken zowel zonder als met ICT laten tekenen.

Wenk: Je kan aan de hand van voorbeelden laten inzien dat een functievoorschrift van de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$ kan worden omgezet in een voorschrift van de vorm $f(x) = a(x - p)^2 + q$. Dat kan op twee manieren: je kan het voorschrift omvormen door een kwadraat van een eerstegraadsveelterm af te zonderen, maar je kan ook de tweede vorm uitrekenen en vergelijken met de eerste vorm om zo de parameters p en q te bepalen. Op die manier kan je ook de formule $p = -b/2a$ voor de x -coördinaat van de top verantwoorden.

LPD 30 De leerlingen stellen het voorschrift op van een tweedegraadsfunctie vanuit een grafiek.

Wenk: Je kan vertrekken vanuit een grafiek waarop de coördinaten van de top en één extra punt afleesbaar zijn.

Wenk: Je kan de parameter a in het voorschrift bepalen als de verandering van de functiewaarde als je de x -coördinaat van de top met één laat toenemen of afnemen.

Wenk: Je kan het voorschrift laten bepalen vanuit drie punten op de grafiek waaronder het snijpunt met de y -as.

Wenk: Je kan het voorschrift van een tweedegraadsfunctie laten bepalen vanuit een grafiek waarop de snijpunten met de x -as (of algemener, twee punten met zelfde y -waarde) afleesbaar zijn en één extra punt. Door gebruik te maken van symmetrie kan je de x -coördinaat van de top vinden. Je kan het voorschrift ook bepalen via de vorm $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.

LPD 31 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.

Samenhang tweede graad: Eenparig veranderlijke rechte lijnige beweging (II-TeWe-d LPD 19); optimaal keuzegedrag producent (II-Eco-d LPD 6)

Wenk: Je kan de nulwaarden van een tweedegraadsfunctie linken aan de snijpunten met de x -as. Je kan ook het snijpunt met de y -as aan bod laten komen.

Wenk: Je kan leerlingen de kenmerken van een tweedegraadsfunctie laten analyseren die hoort bij een betekenisvolle context om zo vragen te beantwoorden. Voorbeelden: hoogte en breedte van een brug of tunnel bepalen, hoogste punt van een geworpen voorwerp bepalen en bepalen welke horizontale afstand het voorwerp aflegt.

Extra: Je kan kenmerken analyseren van tweedegraadsfuncties met één parameter in het voorschrift.

LPD 32 + De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende grafisch op.

Wenk: Je kan ICT laten gebruiken om de grafieken van tweedegraadsfuncties te tekenen. Je kan de grafieken ook ter beschikking stellen.

Wenk: Je kan bij ongelijkheden de oplossingenverzameling grafisch laten aanduiden op de getallenas of noteren via de intervalnotatie.

LPD 33 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende algebraïsch op in \mathbb{R} .

- ★ Ontbinden in factoren
Discriminant

1ste graad: Merkwaardige producten (I-Wis-a LPD 32)

Wenk: Je kan verschillende technieken voor het ontbinden in factoren van veeltermen aan bod laten komen. Minstens het afzonderen van een gemeenschappelijke factor en het toepassen van merkwaardige producten komt aan bod. Bij onvolledige en bepaalde volledige tweedegraadsvergelijkingen is het ontbinden in factoren handig om snel de nulpunten te bepalen.

Wenk: Als er voor het oplossen van een probleem of vraagstuk in een bepaalde context een tweedegraadsvergelijking moet worden opgelost, dan kan het zijn dat niet



allebei de oplossingen van de vergelijking aanleiding geven tot een oplossing van het probleem. Je kan leerlingen de oplossingen kritisch leren controleren.

Wenk: Je kan vanuit een tweedegraadsvergelijking de som en het product van de wortels aflezen en zo de vergelijking oplossen. Dat is een efficiënte methode als bijvoorbeeld 1 of -1 een oplossing is. Je kan via die methode ook tot de discriminantformule komen.

Extra: Je kan het aantal oplossingen laten bespreken van een tweedegraadsvergelijking met één parameter. Als toepassing kan je de raaklijn of raaklijnen bepalen aan een parabool door een gegeven punt (al dan niet op de parabool).

Extra: Je kan hogeregraadsvergelijkingen laten oplossen die via substitutie te herleiden zijn naar tweedegraadsvergelijkingen (bv. bikwadratische of wederkerige vergelijkingen).

LPD 34 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.

Wenk: Je kan een teken tabel of -schema van de bijbehorende tweedegraadsfunctie laten opstellen. Daarbij kan je gebruik maken van het verband tussen het teken van de coëfficiënt a en de vorm van de grafiek.

Wenk: Je kan het antwoord grafisch laten controleren.

4.4.7 Deelbaarheid bij veeltermen

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD B6 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele.

★ Euclidische deling, reststelling

1ste graad: Rekenen met algebraïsche uitdrukkingen (I-Wis-a LPD 32)

Wenk: Om de Euclidische deling in te leiden kan je illustreren dat twee veeltermen elkaar niet steeds delen in de verzameling van de veeltermen, net zoals dat het geval is bij de deling van natuurlijke of gehele getallen. De analogie kan worden doorgetrokken, want de formulering van de eigenschap van de Euclidische deling is analoog (deze keer met behulp van het begrip graad van een veelterm). De eigenschap kan worden verklaard: het bestaan van quotiënt en rest door bv. de staartdeling als algoritme uit te leggen; de uniciteit eventueel via een bewijs uit het ongerijmde.

Wenk: De reststelling kan worden bekeken als toepassing van de Euclidische deling door een tweeterm van de vorm $x - a$. Een gevolg ervan is dat een veelterm deelbaar is door $x - a$ als en slechts als a een oplossing is van de bijhorende veeltermvergelijking. Het quotiënt (en de rest) bij deling door $x - a$ kan worden bepaald door middel van de staartdeling, maar ook de regel van Horner kan als verkorte vorm worden gebruikt.

Wenk: Je kan de reststelling toepassen.
Voorbeeld: je kan de rest bij deling van een veelterm D door $(x - a)(x - b)$

bepalen door gebruik te maken van de resten bij deling door $x - a$ en door $x - b$, m.a.w. de waardes $D(a)$ en $D(b)$.

Voorbeeld: je kan merkwaardige producten aan bod laten komen, bv. de tweetermen $a^3 - b^3$ en $a^3 + b^3$ ontbinden in factoren.

4.5 Discrete wiskunde en logica

4.5.1 Telproblemen

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 35 De leerlingen lossen telproblemen op met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen.

- ★ Somregel, productregel en complementregel

1ste graad: Bewerkingen met twee verzamelingen (I-Wis-a LPD 7)

Wenk: De moeilijkheid bij het oplossen van een telprobleem ligt bij het maken van een gepaste grafische voorstelling. Daarna kan de oplossing voor het probleem gemakkelijk worden afgelezen.

Wenk: Je kan ook andere grafische voorstellingen aan bod laten komen zoals wegendiagrammen en roosterdiagrammen.

4.5.2 Waarheidstabellen

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 36 De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken met behulp van waarheidstabellen.

- ★ Tautologie, contradictie

1ste graad: Implicatie en equivalentie (I-Wis-a LPD 6)

Wenk: Je kan met behulp van waarheidstabellen aantonen dat bijvoorbeeld de logische uitspraak $A \Rightarrow B$ niet equivalent is met $\neg A \Rightarrow \neg B$, maar wel met de logische uitspraken $\neg B \Rightarrow \neg A$ en $\neg A \vee B$.

Wenk: Een 'of' wordt in de omgangstaal vaak gebruikt als een exclusieve disjunctie. Voorbeeld: "Wil je koffie of thee drinken?". Een 'als ... dan ...' wordt in de omgangstaal vaak geïnterpreteerd als een '... als en slechts als ...'. Je kan leerlingen de verschillen duidelijk maken om hen erover te laten nadenken.

Wenk: Je kan de link leggen met logische poorten of schakelingen.

4.5.3 Grafen (keuzedeel)

LPD K2 De leerlingen interpreteren een graaf als een model van een concrete situatie.



Wenk: Grafen worden gebruikt als model of schematische voorstelling voor bv. sociale netwerken, transportnetwerken, stambomen, boom- en wegendiagrammen ...

Wenk: In een concrete situatie die door een graaf beschreven wordt kan je leerlingen de betekenis van de knopen en de bogen, de burens of het aantal burens (vaak de graad genoemd) van een knoop en het al dan niet samenhangend zijn laten uitleggen.

Wenk: Je kan de begrippen wandeling en pad in een graaf duiden via transportnetwerken.

Wenk: Je kan de graaf horende bij een concrete situatie ook laten opstellen.

LPD K3 De leerlingen gebruiken grafen om problemen op te lossen.

Wenk: Als het probleem te maken heeft met wandelingen op grafen kan je de terminologie van spoor, circuit, pad en cykel gebruiken voor de soorten wandelingen. Bij sporen en circuits worden de bogen maximaal één keer doorlopen; bij paden en cyclen worden de knopen maximaal één keer doorlopen.

Wenk: Je beperkt best het aantal types van problemen die je aan bod laat komen. Een aantal mogelijkheden waaruit gekozen kan worden:

- problemen i.v.m. (aantal) burens en eigenschappen zoals ‘aantal knopen met oneven graad is even’;
- het bestaan en opsporen van wandelingen die alle bogen juist één keer doorlopen en de 7 bruggen van Königsberg (terminologie: Eulerspoor, -circuit en -graaf);
- minimaal opspannende bomen op gewogen grafen en de algoritmes van Kruskal of Prim;
- kortste pad bepalen op gewogen grafen en algoritme van Dijkstra;
- kleuringen van landkaarten, knoopkleuringen van (vlakke) grafen en de vierkleurenstelling;
- het bestaan en opsporen van wandelingen die alle knopen juist één keer doorlopen en eventueel link met Handelsreizigersprobleem (terminologie: Hamiltonpad, -cykel en -graaf);
- problemen over speciale types van grafen zoals bomen en tweedelingsgrafen.

4.6 Data en onzekerheid

4.6.1 Beschrijvende statistiek

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 37 De leerlingen stellen statistische gegevens voor aan de hand van passende voorstellingswijzen: absolute en relatieve frequentietabel, staafdiagram, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram en boxplot.

1ste graad: Absolute frequentietabel, staafdiagram, cirkeldiagram en lijndiagram (I-Wis-a LPD 36)

Wenk: ICT kan worden gebruikt om gegevens te groeperen en om de voorstellingswijzen te maken.

Wenk: Je kan best gegevens gebruiken die vanuit een betekenisvolle context komen. Je kan de leerlingen ook zelf gegevens laten verzamelen, bijvoorbeeld a.d.h.v. een enquête of bevraging in de klas of de school.

Wenk: De leerlingen kiezen zelf welke voorstellingswijze het meest geschikt is.

Wenk: In staafdiagrammen en histogrammen worden absolute of relatieve frequenties weergegeven door rechthoekjes of balkjes. Bij staafdiagrammen gaat het over discrete gegevens (bv. geslacht, vervoersmogelijkheden) terwijl het bij histogrammen gaat over gegroepeerde continue gegevens (bv. klassen van leeftijden, afstanden, lengtes ...).

Wenk: Je kan bij gegroepeerde gegevens de klassenbreedte aanpassen en de invloed op de voorstellingswijze illustreren. Zo kan worden aangetoond dat samenvatten gepaard gaat met een verlies van informatie.

Wenk: Je kan ook andere voorstellingswijzen aan bod laten komen zoals de cumulatieve frequentietabel en het ogief.

LPD 38 De leerlingen bepalen centrum- en spreidingsmaten: rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus, variatiebreedte, interkwartielafstand en standaardafwijking.

1ste graad: Rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus en variatiebreedte (I-Wis-a LPD 36)

Wenk: Het is in eerste instantie de bedoeling dat een volledige populatie wordt onderzocht, m.a.w. er wordt geen echte steekproef genomen. De noemer in de formule voor de variantie is dan de populatiegrootte N .

Wenk: Je kan best gegevens gebruiken die vanuit een betekenisvolle context komen, zodat de bekomen centrum- en spreidingsmaten een concrete betekenis hebben.

Wenk: Je kan de maten eerst aanbrengen zonder ICT en met een beperkt aantal gegevens om inzicht te verwerven in de verschillende maten. In een verdere fase gebruik je ICT.

Wenk: Dit leerplandoel is te lezen in samenhang met LPD 37. Bij een boxplot moeten bijvoorbeeld de mediaan en de kwartielen worden bepaald.

Wenk: Je kan de spreidingsmaten vergelijken voor verschillende reeksen gegevens met dezelfde centrummaten. Dat kan meer betekenis geven aan de spreidingsmaten.

Wenk: Je kan aangeven dat bepaalde centrum- of spreidingsmaten meer gevoelig zijn voor uitschieters dan andere.

LPD 39 De leerlingen analyseren statistische gegevens aan de hand van voorstellingswijzen, centrum- en spreidingsmaten.

★ Misleidingen

Wenk: Voorbeelden van misleidingen: het foutief interpreteren van percentages, het ongepast schalen van assen, het gebruik van de mediaan versus het rekenkundig gemiddelde, informatie weglaten bij grafische voorstellingen ... Leerlingen moeten hier kritisch mee leren omgaan.



Wenk: Bij numerieke gegevens kan je aandacht hebben voor de verdeling van de gegevens. Vaak liggen de meeste gegevens in de buurt van de centrummaten (bv. mediaan). De vorm van de verdeling kan dan klokvormig (symmetrisch) zijn, maar ze kan ook aan één zijde een langere staart hebben (scheef).

Wenk: Je kan aandacht schenken aan uitschieters tijdens het analyseren van gegevens.

4.6.2 Spreidingsdiagrammen

Minimumdoelen, cesuurdoelen, differentiële doelen of doelen die leiden naar BK

LPD 40 De leerlingen analyseren het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.

★ Trendlijn Correlatiecoëfficiënt

Wenk: ICT kan worden gebruikt om spreidingsdiagrammen en trendlijnen te tekenen. Een informeel begrip van trendlijn is voldoende. Inzicht in het algoritme dat de trendlijn bepaalt is dus niet nodig.

Wenk: De correlatiecoëfficiënt geeft een maat voor de sterkte van de lineaire samenhang tussen de twee grootheden en ligt tussen -1 en 1. Als de coëfficiënt dicht bij -1 ligt, dan is er een negatieve lineaire correlatie; als ze in de buurt van 0 ligt, dan is er geen correlatie (maar kan er nog steeds een ander verband zijn); als ze dicht bij 1 ligt, dan is er een positieve lineaire correlatie. Het is niet nodig om de definitie van de coëfficiënt zelf te bestuderen, maar wel om in concrete situaties de waarde te bepalen met ICT en te interpreteren.

Wenk: Je kan dit leerplandoel in samenhang bekijken met de rubriek functieleer waarin verschillende functietypes worden bestudeerd: eerstegraadsfuncties (deelrubriek 4.4.3), functies van de vorm $f(x) = c/x$ (deelrubriek 4.4.5) en tweedegraadsfuncties (deelrubriek 4.4.6). Je kan het bij de studie van elk functietype laten terugkeren.

5 Basisuitrusting

Basisuitrusting verwijst naar de infrastructuur en het (didactisch) materiaal die beschikbaar moeten zijn voor de realisatie van de leerplandoelen.

5.1 Infrastructuur

Een leslokaal

- dat qua grootte, akoestiek en inrichting geschikt is om communicatieve werkvormen te organiseren;
- met een bord;
- met een (draagbare) computer waarop de nodige software en audiovisueel materiaal kwaliteitsvol werkt en die met internet verbonden is;
- met de mogelijkheid om (bewegend beeld) kwaliteitsvol te projecteren;
- met de mogelijkheid om geluid kwaliteitsvol weer te geven;
- met de mogelijkheid om draadloos internet te raadplegen met een aanvaardbare snelheid.

Toegang tot (mobile) devices voor leerlingen.

5.2 Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken

Om de leerplandoelen te realiseren beschikt elke leerling minimaal over onderstaand materiaal. De school bespreekt in de schoolraad wie (de school of de leerling) voor dat materiaal zorgt. De school houdt daarbij uitdrukkelijk rekening met gelijke kansen voor alle leerlingen.

- ICT-middel, zoals een (mobile) device of rekentoestel, om berekeningen uit te voeren en om grafische voorstellingen te maken.

6 Glossarium

In het glossarium vind je synoniemen voor en een toelichting bij een aantal handelingswerkwoorden die je terugvindt in leerplandoelen en (specifieke) minimumdoelen van verschillende graden.

Handelingswerkwoord	Synoniem	Toelichting
Analyseren		Verbanden zoeken tussen gegeven data en een (eigen) besluit trekken
Beargumenteren	Verklaren	Motiveren, uitleggen waarom
Beoordelen	Evaluëren	Een gemotiveerd waardeoordeel geven
Berekenen	Berekeningen uitvoeren	
Berekeningen uitvoeren	Berekenen	
Beschrijven	Toelichten, uitleggen	
Betekenis geven aan	Interpreteren	
Een (...) cyclus doorlopen	Een (...) proces doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Een (...) proces doorlopen	Een (...) cyclus doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Evaluëren	Beoordelen	
Gebruiken	Hanteren, inzetten, toepassen	
Hanteren	Gebruiken, inzetten, toepassen	
Identificeren		Benoemen; aangeven met woorden, beelden ...
Illustreeren		Beschrijven (toelichten, uitleggen) aan de hand van voorbeelden
In dialoog gaan over	In interactie gaan over	
In interactie gaan over	In dialoog gaan over	
Interpreteren	Betekenis geven aan	
Inzetten	Gebruiken, hanteren, toepassen	
Kritisch omgaan met	Kritisch gebruiken	



Kwantificeren		Beredeneren door gebruik te maken van verbanden, formules, vergelijkingen ...
Onderzoeken	Onderzoek voeren	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Onderzoek voeren	Onderzoeken	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Reflecteren over		Kritisch nadenken over en argumenten afwegen zoals in een dialoog, een gedachtewisseling, een paper
Testen	Toetsen	
Toelichten	Beschrijven, uitleggen	
Toepassen	Gebruiken, hanteren, inzetten	
Toetsen	Testen	
Uitleggen	Beschrijven, toelichten	
Verklaren	Beargumenteren	Motiveren, uitleggen waarom

7 Concordantie

7.1 Concordantietabel

De concordantietabel geeft duidelijk aan welke leerplandoelen de minimumdoelen (MD), de cesuurdoelen (CD) of de differentiële doelen (DD) realiseren.

Leerplandoel	Minimumdoelen, cesuurdoelen of differentiële doelen
1	MD 06.21
2	MD 06.22
3	MD 06.23
4	MD 06.20
5	MD 06.01
6	MD 06.02
7	MD 06.03
8	MD 06.05
9	MD 06.08
10	MD 06.06

11	MD 06.07
12	MD 06.04
13	MD 06.09
14	CD 06.04.07
15 +	-
16	CD 06.04.06
17	CD 06.04.05
18	MD 06.10
19	MD 06.10
20	MD 06.11
21	MD 06.12
22	MD 06.13
23	MD 06.13
24	MD 06.14
25	MD 06.10
26	MD 06.16
27	MD 06.16
28	CD 06.04.09
29	CD 06.04.01
30	CD 06.04.01
31	MD 06.15; CD 06.04.02
32 +	-
33	CD 06.04.03
34	CD 06.04.04
35	MD 06.17
36	MD 06.19



37	MD 06.18
38	MD 06.18
39	MD 06.18
40	CD 06.04.08
B1	DD 1
B2	DD 2
B3	DD 3
B4	DD 4
B5	DD 5
B6	DD 6

7.2 Minimumdoelen basisvorming

06.01 De leerlingen leggen de invoering van de reële getallen uit als de vervollediging van de reële getallen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Getallen met eindige of oneindige doorlopende decimale vorm, met of zonder repeterend deel.

06.02 De leerlingen ordenen reële getallen.

06.03 De leerlingen rekenen met reële getallen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling, machtsverheffing met gehele exponenten, vierkantsworteltrekking met rekenregels en eigenschappen met symbolen
- Schatting grootteorde, afronding

06.04 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten, twee vlakken en een rechte en een vlak in ruimtelijke situaties.

06.05 De leerlingen bepalen het effect van schaalverandering op vorm, lengte, oppervlakte en inhoud of volume.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Gelijkvormigheidsfactor

06.06 De leerlingen passen de stelling van Pythagoras toe om meetkundige problemen op te lossen in het vlak en in de ruimte.

06.07 De leerlingen gebruiken de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens in rechthoekige driehoeken om meetkundige problemen op te lossen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Grondformule van de goniometrie

06.08 De leerlingen passen gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken toe om meetkundige problemen op te lossen.

06.09 De leerlingen tekenen in het vlak de som van vectoren en de vermenigvuldiging van een vector met een getal.

- 06.10 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende algebraïsch en grafisch op.
- 06.11 De leerlingen drukken bij een formule één variabele uit in functie van een andere.
- 06.12 De leerlingen leggen uit wat een functie is en leggen het verband tussen verschillende representaties van een functie: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift.
- 06.13 De leerlingen bepalen het voorschrift, de grafiek, de tabel en de verwoording van een eerstegraadsfunctie als één van de andere representaties gegeven is.
- Onderliggende (kennis)elementen:
- Richtingscoëfficiënt
 - Snijpunt met de y-as
- 06.14 De leerlingen analyseren kenmerken van eerstegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop en stijgen/dalen.
- 06.15 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties van de vorm $f(x)=ax^2$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.
- 06.16 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen in twee onbekenden algebraïsch en grafisch op.
- 06.17 De leerlingen lossen telproblemen op met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen.
- Onderliggende (kennis)elementen:
- Somregel, productregel, complementregel
- 06.18 De leerlingen analyseren statistische gegevens aan de hand van voorstellingswijzen en centrum- en spreidingsmaten.
- Onderliggende (kennis)elementen:
- Voorstellingswijzen: absolute en relatieve frequentietabel, staafdiagram, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram en boxplot
 - Centrum- en spreidingsmaten: rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus, variatiebreedte, interkwartielafstand en standaardafwijking
 - Misleidingen
- 06.19 De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken met behulp van waarheidstabellen.
- Onderliggende (kennis)elementen:
- Tautologie, contradictie
- 06.20 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en maken daarbij ook gebruik van eigenschappen of van een tegenvoorbeeld.
- Voetnoot:
Rekening houdend met concepten van de tweede graad.
- 06.21 De leerlingen beschrijven fenomenen uit de realiteit aan de hand van wiskundige concepten uit de tweede graad.
- 06.22 De leerlingen lossen vraagstukken en problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.
- Voetnoot:
Rekening houdend met concepten van de tweede graad.
- 06.23 De leerlingen gebruiken ICT om berekeningen uit te voeren en grafische voorstellingen te maken.
- Voetnoot:
Rekening houdend met concepten van de tweede graad.



7.3 Cesuurdoelen

- 06.04.01 De leerlingen bepalen het voorschrift of de grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere representatie gegeven is.
- Voorschrift $f(x)=a(x-p)^2+q$
 - Voorschrift $f(x)=ax^2+bx+c$
- 06.04.02 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.
- 06.04.03 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende in de verzameling van de reële getallen algebraïsch op.
- Ontbinding in factoren
 - Discriminant
- 06.04.04 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.
- 06.04.05 De leerlingen gebruiken de sinus- en cosinusregel om meetkundige problemen op te lossen.
- 06.04.06 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.
- Formules: verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken
- 06.04.07 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak.
- Bewerkingen: optelling en vermenigvuldiging met een getal
 - Norm van een vector en ontbinding van een vector in zijn componenten
- 06.04.08 De leerlingen analyseren het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.
- Trendlijn
 - Correlatiecoëfficiënt
- 06.04.09 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek van de functie $f(x)=c/x$ en haar kenmerken.

7.4 Differentiële doelen

- 1 De leerlingen bewijzen wiskundige uitspraken.
 - Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde
- 2 De leerlingen berekenen het inproduct van vectoren in het vlak.
- 3 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak op.
- 4 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.
- 5 De leerlingen berekenen afstanden en hoeken in het vlak.
- 6 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele.

- Euclidische deling, reststelling



Inhoud

1	Inleiding.....	3
1.1	Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten	3
1.2	De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs	3
1.3	Ruimte voor leraren(teams) en scholen	4
1.4	Differentiatie	4
1.5	Opbouw van leerplannen.....	6
2	Situering	7
2.1	Samenhang met de eerste graad	7
2.2	Samenhang in de tweede graad	7
2.2.1	Samenhang met andere leerplannen Wiskunde binnen de finaliteit	7
2.3	Plaats in de lessentabel.....	7
3	Pedagogisch-didactische duiding.....	8
3.1	Wiskunde en het vormingsconcept	8
3.2	Krachtlijnen	8
3.3	Opbouw.....	8
3.4	Leerlijnen.....	9
3.4.1	Samenhang met de eerste graad	9
3.4.2	Samenhang in de tweede graad	10
3.5	Aandachtspunten.....	10
3.6	Leerplanpagina.....	12
4	Leerplandoelen	12
4.1	Problemen oplossen en wiskundig redeneren	12
4.2	Getallenleer.....	14
4.3	Meetkunde.....	15
4.3.1	Gelijkvormigheid	15
4.3.2	De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken	16
4.3.3	Ruimteteetkunde	17
4.3.4	Vectoren.....	17
4.3.5	Goniometrie	18
4.3.6	Analytische meetkunde in het vlak	19
4.3.7	De cirkel (keuzedeel).....	20
4.4	Algebra en functieleer.....	20
4.4.1	Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules	20

4.4.2	Inleiding tot reële functies	21
4.4.3	Eerstegraadsfuncties.....	22
4.4.4	Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen	23
4.4.5	Functies met voorschrift $f(x) = c/x$	24
4.4.6	Tweedegraadsfuncties	24
4.4.7	Deelbaarheid bij veeltermen	26
4.5	Discrete wiskunde en logica.....	27
4.5.1	Telproblemen	27
4.5.2	Waarheidstabellen	27
4.5.3	Grafen (keuzedeel).....	27
4.6	Data en onzekerheid	28
4.6.1	Beschrijvende statistiek	28
4.6.2	Spreidingsdiagrammen	30
5	Basisuitrusting	30
5.1	Infrastructuur	30
5.2	Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken	31
6	Glossarium.....	31
7	Concordantie	32
7.1	Concordantietabel.....	32
7.2	Minimumdoelen basisvorming	34
7.3	Cesuurdoelen	36
7.4	Differentiële doelen	36