

Vragen die Leren stimuleren

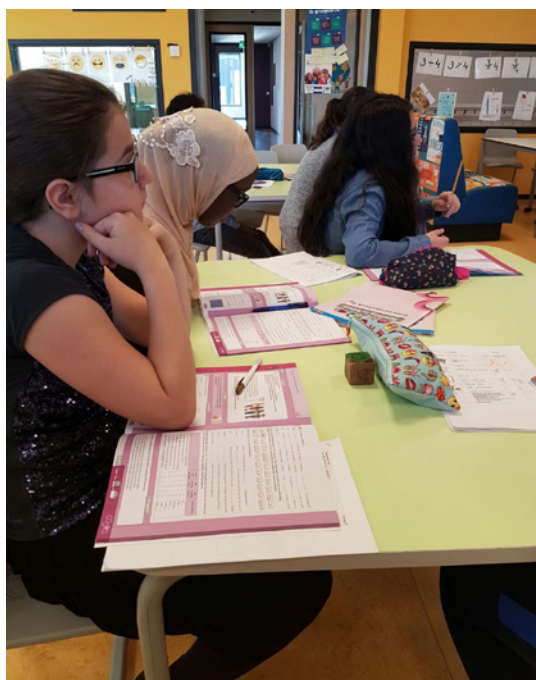
DENKVRAGEN VOOR ALLE LEERLINGEN IN DE REKEN-WISKUNDELES

In de reken-wiskundeles worden allerlei vragen gesteld. In dit artikel* richt Marc van Zanten zich op vragen die alle leerlingen aanzetten tot nadenken over de reken-wiskundeleerstof en die zodoende bijdragen aan het leren. Hij schetst het belang van goede denkvrAGEN en geeft concrete voorbeelden die eenvoudig kunnen worden toegepast in de dagelijkse reken-wiskundeles.

Tekst
Marc van Zanten

De auteur is werkzaam bij SLO en de Universiteit Utrecht als onderzoeker en ontwikkelaar reken-wiskunde.

Vragen zijn erg belangrijk in de reken-wiskundeles. Leerkrachten stellen vragen om voorkennis te activeren, om te controleren of uitleg is begrepen, om leerlingen bij de les te houden en zo meer. In dit artikel bespreek ik vragen die leerkrachten kunnen stellen om de leerlingen aan het denken zetten en die het leren stimuleren. Het gaat daarbij om twee zaken. In de eerste plaats gaat het erom dat het (wiskundig) denken nadrukkelijk bij de leerlingen ligt. Dat gaat een stap verder dan alleen goed begrijpen wat er zojuist is uitgelegd en dat vervolgens goed kunnen toepassen. Daarnaast gaat het erom dat leerlingen



zich ervan bewust zijn dát ze aan het leren zijn en wát ze dan precies aan het leren zijn. Een belangrijke voorwaarde voor het effectief inzetten van vragen is bovendien dat die vragen zodanig moeten zijn dat ze álle leerlingen aan het denken zetten, ongeacht hun beheersingsniveau. Ik bespreek eerst enkele voorbeelden van veel voorkomende vragen in de reken-wiskundeles en ga vervolgens in op zes andersoortige categorieën vragen die in veel sterkere mate denken en leren stimuleren.

VEELVOORKOMENDE VRAGEN

Een leerkracht kan allerlei informatie achterhalen door vragen te stellen. Typische vragen die in de rekenles veel voorkomen zijn bijvoorbeeld:

1. Wat is het antwoord op opgave twee?
2. Hoe heb je dat uitgerekend?
3. Heeft iemand het op een andere manier opgelost?
4. Waarom heb je dat op die manier gedaan?

Het eerste voorbeeld is een gesloten vraag gericht op het product, namelijk de uitkomst die een leerling heeft bij een opgave. De andere drie vragen zijn open vragen gericht op het oplossingsproces. Al komen zulke vragen veel voor, dat wil nog niet zeggen dat ze eenvoudig te beantwoorden zijn voor leerlingen. De beperking van de eerste drie vraagtypen is dat alléén leerlingen die al een antwoord op de betreffende opgave hebben, ook zo'n vraag daadwerkelijk kunnen beantwoorden. Leerlingen die (nog) geen antwoord hebben op de opgave kunnen ook zulke vragen niet beantwoorden. Misschien kunnen sommige leerlingen vertellen hoe ze zijn begonnen, maar scherp gesteld: óf je weet het al en kunt daardoor ook de gestelde vraag beantwoorden, óf je weet het niet en kunt dus ook geen antwoord op de vraag geven. Sterker, ook als een leerling wél een antwoord op de opgave heeft, kan hij of zij niet altijd een antwoord geven op het tweede, derde, of vierde vraagtype. Een leerling zegt dan bijvoorbeeld: *Dat weet ik gewoon.*

De eerste drie vraagtypen zetten leerlingen niet zonder meer aan tot nadenken. De leerlingen die rekenen moeilijk vinden of faalangstig zijn ten opzichte van rekenen zeker niet, maar de leerlingen die sterk zijn in rekenen evenmin. Het vierde vraagtype kan in potentie wel aanzetten



tot nadenken, maar een waarom-vraag is voor veel leerlingen erg moeilijk. Nu is er op zich niks mis met moeilijk, maar wel als dit het denken belemmert of blokkeert. Leerlingen kunnen moeite hebben om hun gedachten onder woorden te brengen of zijn bijvoorbeeld huiverig om iets te zeggen dat 'fout' of 'dom' kan worden gevonden. Bovendien wordt een waarom-vraag makkelijk verkeerd geïnterpreteerd: niet als uitnodiging om het denken onder woorden te brengen, maar als signaal dat een gegeven antwoord wel of niet goed is (*Oh, ik heb het zeker fout...*).

HET DIDACTISCH CONTRACT

Dat een waarom-vraag verkeerd kan worden geïnterpreteerd, komt door het didactisch contract. Dat is het geheel van onuitgesproken onderlinge verwachtingen tussen leerkrachten en leerlingen (Brousseau, 1997; Gravemeijer, 2015). Deze verwachtingen gaan over de rollen van leerkracht en leerlingen en het gedrag dat daarbij hoort – of preciezer: wat leerkracht en leerlingen denken dat daarbij hoort. Een niet ongebruikelijk didactisch contract manifesteert zich bijvoorbeeld als volgt:

- De leerkracht stelt een vraag waarop hij of zij het antwoord al weet;
- De leerlingen weten dat de leerkracht het antwoord op de gestelde vraag al weet;
- Leerlingen proberen een antwoord te geven op de gestelde vraag waarvan zij denken dat het een antwoord is dat de leerkracht van hen verwacht of dat de leerkracht wil horen;
- En vervolgens gaat de leerkracht, soms onafhankelijk van de inbreng van de leerlingen, het antwoord uitleggen.

Als het gaat om het stimuleren van het leren van de leerlingen, is dit didactisch contract en zijn

de eerder genoemde vraagtypen niet toereikend. Daarvoor zijn andere vragen nodig.

Vragen om van te leren

Leren vergt nadenken. Dus zijn vragen nodig die leerlingen daartoe aanzetten. Dat zijn vragen die verder gaan dan het ophalen van weetjes of het reproduceren van vaardigheden (Sullivan & Lilburn, 2005). Het is vooral zaak om vragen te stellen die – anders dan de eerdere voorbeelden van veelvoorkomende vragen – alle leerlingen tot nadenken uitnodigen en waar ook alle leerlingen over kunnen nadenken. Een mooi voorbeeld is het volgende. In plaats van één opgave voor te leggen, leg je twee opgaven voor die op elkaar lijken of die wat met elkaar te maken hebben en daarbij vraag je niet om de opgaven op te lossen maar je stelt de vraag *Welke van deze twee opgaven is moeilijker en waarom?* Over deze vraag kan door alle leerlingen worden nagedacht, ongeacht de mate van (niet) beheersing van de betreffende opgave. In het gesprek dat naar aanleiding van deze vraag ontstaat, kan alle relevante rekenwiskundige leerinhoud naar voren komen (Wiliam, 2014). Bovendien bieden de naar voren gebrachte antwoorden op deze vraag de leerkracht goed zicht op het denken en begrip van de leerlingen. Vragen die de potentie hebben om dergelijke informatie te achterhalen, zijn, anders dan in het eerder geschetste didactisch contract, vragen waarop de leerkracht niet vooraf al het antwoord weet. De leerkracht leert dus ook door zo'n vraag en wel over zijn of haar leerlingen: wat weten ze over de betreffende leerstof, hoe denken ze erover, wat vinden ze nog moeilijk.

De vraag *Welke van deze twee opgaven is moeilijker en waarom?* is een voorbeeld van een oordelende vraag. Daarbij moeten de leerlingen een bepaald oordeel geven of vanuit een bepaald oordeel redeneren – in bovenstaand voorbeeld een oordeel



over de (ervaren) moeilijkheid. Zulke vragen zijn vaak zinvol en eenvoudig in te zetten. Van dit en andere vraagtypes geef ik hieronder een aantal concrete voorbeelden. Hoewel ik de voorbeelden in categorieën heb ingedeeld, zijn de scheidslijnen daartussen niet altijd zo strikt en kunnen sommige voorbeeldvragen best in andere of in meerdere categorieën worden ingedeeld.

1. VRAGEN NAAR EEN OORDEEL

Het al genoemde voorbeeld van een oordelende vraag gaat over de ervaren moeilijkheid van opgaven. Vragen naar persoonlijke oordelen, ook waardeoordelen, kunnen leerlingen aanzetten tot nadenken over de opgaven of de onderliggende leerstof zelf. Zulke vragen zijn bijvoorbeeld:

- Welke opgave is makkelijker en waarom?
- Wat maakt dat dit een makkelijke/moeilijke opgave is?
- Hoe moeilijk is deze opgave voor jou, op een schaal van 1 tot 10?
- Welke opgave kan sneller worden opgelost en waarom?
- Als je één opgave mag kiezen om te maken, welke kies je dan en waarom?
- Welke opgave vind je mooi en waarom?
- Welke opgave vind je het leukst om te maken en waarom?
- Welke opgave zou je aan iemand in groep ... (hogere of lagere groep) kunnen geven en waarom?

Daarnaast kunnen oordelende vragen gaan over oplossingsmanieren. Bijvoorbeeld over de bruikbaarheid en toepasbaarheid ervan:

- Zou jij deze manier graag willen gebruiken?
- Werkt/mag deze manier altijd?
- Is dit een snelle manier?

- Bedenk een situatie waarin deze manier werkt/niet werkt.
- Welke manier (bijvoorbeeld keuze uit twee oplossingsstrategieën) zal bij deze opgave het snelst werken?
- Waar zou je deze manier/dit voor nodig kunnen hebben?

Bij deze vragen kan vaak ook naar het waarom worden gevraagd. Zoals eerder beschreven, kan een waarom-vraag best moeilijk zijn. Maar bij een vraag als *Zou jij deze manier graag willen gebruiken en waarom wel of niet?* is dat veel minder het geval, omdat het daarbij gaat om het waarom van eigen oordelen en keuzes. Niet de leerkracht, maar de leerling zelf weet daardoor welk antwoord 'goed' is.

2. VRAGEN NAAR HET LEGGEN VAN VERBINDINGEN

Er zijn veel onderlinge relaties te leggen tussen verschillende reken-wiskundige leerstofonderdelen. Vaak kan kennis van het ene helpen bij het oplossen van iets anders, maar zolang kinderen zulke verbindingen niet direct paraat hebben, moeten ze daar expliciet op worden gewezen. Vragen die daarbij kunnen helpen zijn bijvoorbeeld:

- Waar doet deze opgave je aan denken?
- Wat weet je al dat je bij deze opgave zou kunnen helpen?
- Wat moet/wil je nog weten om deze opgave te kunnen maken?
- Wat als de opgave zó (net iets anders) zou zijn?
- Wat is de overeenkomst met/het verschil tussen deze manier en ...?
- Wat heeft deze manier te maken met ... (bijvoorbeeld: wat heeft deze deelopgave te maken met vermenigvuldigen)?
- Kun je deze manier ook gebruiken voor deze andere opgave?
- Kun je een andere opgave bedenken die ook op deze manier kan worden opgelost?
- Als je deze opgave als voorbeeld neemt, wat kun je dan vertellen over dit soort opgaven in het algemeen?
- Kun je je antwoord controleren? Hoe?

3. VRAGEN OVER VRAGEN

Een volgend en vaak bruikbaar vraagtype waarmee alle leerlingen aan het denken kunnen worden gezet, is het stellen van vragen over de vragen of opdrachten die aan de orde zijn. Voorbeelden van dit soort vragen zijn:

- Wat valt je op aan deze opgave?
- Wat is de overeenkomst tussen deze opgaven?
- Wat is het verschil tussen deze opgaven?
- Wat hebben deze opgaven met elkaar te maken?
- Hoe zou je dit met eenvoudiger getallen aanpakken?

Reken uit.

$15 \times 60 = 900$

$12 \times 15 =$

$18 \times 20 =$

$8 \times 15 =$

$15 \times 6 =$

$12 \times 1,5 =$

$18 \times 0,2 =$

$8 \times 1,5 =$

$15 \times 0,6 =$

$1,5 \times 2 =$

$0,18 \times 2 =$

$0,8 \times 1,5 =$

$15 \times 0,06 =$

$15 \times 0,2 =$

$1,8 \times 2 =$

$8 \times 0,15 =$

$1,5 \times 0,6 =$

$1,2 \times 1,5 =$

$1,8 \times 20 =$

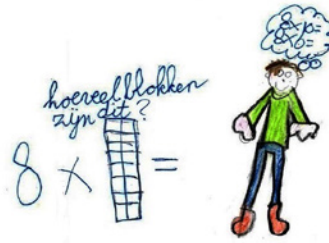
$8 \times 0,015 =$

1. De Wereld in Getallen, groep 8.

- Welke opgaven (van een les, verschillende lessen, een blok) horen bij elkaar en waarom?

Regelmatig bieden methodes rijtjes opgaven aan waarin een bepaalde structuur of volgorde zit, bijvoorbeeld zoals in afbeelding 1. Daarbij kunnen vragen worden gesteld als:

- Wat is het eerste waar je aan denkt als je deze opgaven ziet?
- Wat is het tweede waar je aan denkt?
- Welke van het eerste rijtje vind je het makkelijkste? Welke lijkt je het moeilijkste?
- Hoe zou zo'n rijtje er uit kunnen zien met andere getallen?
- Welke structuur/welk patroon zie je in de afzonderlijke rijtjes?
- Welke structuur/welk patroon zie je tussen de rijtjes onderling?
- In welke volgorde ga je dit aanpakken; in de volgorde van het boek of in een andere volgorde?



reken het snel uit

$7 \times 16 =$

$100 \times 2 =$

$17 \times 17 =$

$9 \times 10 =$

$3 \times 14 =$

$20 \times 20 =$

$8 \times 8 =$

$9 \times 9 =$

$16 \times 1 =$

$19 \times 9 =$

$16 \times 16 =$

$5 \times 8 =$

2. Opgaven voor groep 6, bedacht door een leerling van groep 5 (Molenkamp, 2017).

- Het optellen van breuken
- Oppervlakte
- Procenten
- ...

4. VRAGEN NAAR EIGEN PRODUCTIES

Een vierde eenvoudig toepasbare vraagtechniek in het verlengde van productief oefenen (zie bijvoorbeeld Menne, 2017) is leerlingen te vragen zelf opgaven en variaties van opgaven te creëren. Om dit te doen gaan leerlingen als vanzelf nadenken over de wiskundige inhoud en structuur. Er kan bijvoorbeeld worden gevraagd om:

- Maak net zo'n rijtje/opgave, maar dan met makkelijker/moeilijker getallen.
- Maak net zo'n rijtje/opgave, maar dan met hele getallen/met breuken.
- Maak de rijtjes langer. Hoe kan de volgende opgave er uitzien?
- Maak een rijtje dat hier op lijkt, maar met steeds dezelfde uitkomst.
- Bedenk een rijtje/opgave voor groep ... (afbeelding 2).
- Bedenk een opgave over iets wat je in de toekomst verwacht te leren.
- Laat je oplossingswijze zien in een tekening.

Een andere vorm van vragen naar eigen input is leerlingen te vragen alles (of zoveel mogelijk) op te schrijven wat ze weten van een bepaald reken-wiskundig onderwerp. Bijvoorbeeld over:

- Het getal 12/een miljoen/...
- Vermenigvuldigen

Deze vorm is geschikt om de beginsituatie in kaart te brengen bij de introductie van een nieuw onderwerp, maar ook bijvoorbeeld om halverwege een leergang te kijken op welk gebied nog extra aandacht nodig is. Je kunt de leerlingen ook in groepjes laten werken zodat zij elkaar aanvullen en zo van elkaar leren. Het weergeven van aanwezige kennis over een onderwerp hoeft niet per se in woorden te gebeuren. Leerlingen kunnen hun kennis ook in beeld brengen met bijvoorbeeld een mindmap, poster of tekening.

5. VRAGEN OM EEN ANDER PERSPECTIEF IN TE NEMEN

Veel leerlingen zien reken-wiskundeopgaven vooral als een taak die moet worden volbracht. Ze zien een opgave en weten dat van hen wordt verwacht dat ze een antwoord produceren. Eigenlijk is dat beeld niet helemaal correct: in de reken-wiskundeles is immers het oplossen van rekenopgaven geen doel op zich, maar gaat het om het léren van rekenen-wiskunde. Het benaderen van opgaven op een andere manier dan alleen iets waarop een antwoord op moet worden gegeven, is voor veel leerlingen al een ander perspectief dan ze gewend zijn in de reken-wiskundeles. En dat kan leerzaam zijn.

Zo kan het bijvoorbeeld bij het onderwijzen van bepaalde structuren of oplossingswijzen soms

zinnig zijn om niet alleen opgaven voor te leggen, maar ook de antwoorden erbij te geven. Een klein voorbeeld daarvan is te zien in afbeelding 1: het antwoord op het eerste sommetje staat daar al ingevuld. Het rekenwerk is in die opgave ondergeschikt aan het doorzien van de decimale structuur van getallen waarvan gebruik kan worden gemaakt bij het efficiënt oplossen van zulke opgaven. Een leerling die moeite met zo'n opgave heeft, is wellicht geholpen met het geven van alle antwoorden van zo'n rijtje (bijvoorbeeld bij het eerste rijtje: 0,9; 9; 90; en 900; en één van deze getallen komt tweemaal voor als antwoord). Ook als leerlingen vastlopen bij relatief moeilijke probleemopgaven kan het geven van het antwoord helpen om van daaraf terug te redeneren naar wat een oplossingswijze zou kunnen zijn. Andere mogelijke vragen die kunnen helpen om eens anders tegen opgaven aan te kijken zijn bijvoorbeeld:

- Kun je bij deze opgave aan het einde beginnen? Of ergens middenin?
- Waar ga je beginnen met werken/rekenen/denken?
- Hoe zou deze opgave er uitzien als dit het goede antwoord zou zijn?
- Hoe zou een fout antwoord eruit kunnen zien?
- Wat is een antwoord dat zeker fout is?
- Iemand gaf dit foute antwoord. Hoe zou dat kunnen komen?
- Wat zou de bedoeling zijn van de methodeschrijver?
- Wat heeft deze opgave te maken met ... (bijvoorbeeld een opgave uit een eerder blok die ermee te maken heeft)?
- Kan deze opgave worden opgelost met ... (bijvoorbeeld een bepaalde bewerking of een bepaalde aanpak)?
- Hoe zou ... (bijvoorbeeld een klasgenoot die net iets heeft voorgedaan) dit aanpakken?
- Wat zou een wiskundige opvallen aan deze opgave?
- Waarvoor zou je dit (bijvoorbeeld een type opgave, een bepaalde oplossingswijze) allemaal nodig kunnen hebben?

6. VRAGEN OVER HET EIGEN LEERPROCES

Last but not least kunnen vragen waardoor leerlingen zich bewust worden van hun eigen leerproces datzelfde leren ondersteunen. Ook hierbij geldt dat alle leerlingen, ongeacht hun beheersingsniveau door zulke vragen aan het denken worden gezet. Voorbeelden van zulke vragen zijn:

- Wat heb je geleerd van deze opgave?
- Wat vind je het belangrijkste om te onthouden van deze les?
- Hoe kun je zorgen dat je dit ook echt gaat onthouden?

- Wat verwacht je te gaan doen in deze les? Wat verwacht je te leren (aan het begin van de les)?
- Welke verwachting kwam uit? Welke niet (aan het einde van de les)?
- Wat in deze les vond je makkelijk/moeilijk te begrijpen?
- Wat heeft je vandaag echt laten nadenken?
- Wat heb je goed gedaan deze les?
- Want vond je mooi in deze les?
- Wat vraag je je nog af na deze les?
- Wat wil je volgende keer anders/beter doen?
- Wat voor vraag zou je kunnen stellen aan je buurman/buurvrouw om te kijken of hij/zij het begrepen heeft?
- Welke vraag kun je bedenken die ik (de leerkracht) aan je zou mogen stellen, zodat jij in je antwoord op deze vraag goed kunt laten zien wat je hebt geleerd?

Tot besluit

De voorbeelden van vragen en categorieën zijn zeker niet compleet. Er zijn nog allerlei variaties en andere mogelijkheden die ik hier niet heb gegeven. Laat vooral ook je eigen fantasie en creativiteit de vrije loop om vragen te verzinnen die leerlingen stimuleren tot nadenken en/of die je zicht geven op het denken van je leerlingen. Stel vragen waarop je zelf het antwoord nog niet weet en laat je door je leerlingen verrassen!

Noot

* Dit artikel is een uitbreiding op *Vragen stellen in de reken-wiskundeles* (Van Zanten, 2017).

Literatuur

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics 1970-1990*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Gravemeijer, K. (2015). Rekenen met perspectief. *Volgens Bartjens* 34(5), 4-7.
- Menne, J. (2017). Productief oefenen. In: M. van Zanten (Red.) *Rekenen-wiskunde in de 21e eeuw*. Utrecht/ Enschede: NVORWO/Universiteit Utrecht/SLO. <http://panamaconferentie.sites.uu.nl/35-jaar-panama/>
- Molenkamp, M. (2017). Mijn les in groep 6. In: M. van Zanten (Red.) *Rekenen-wiskunde in de 21e eeuw*. Utrecht/Enschede: NVORWO/Universiteit Utrecht/SLO. <http://panamaconferentie.sites.uu.nl/35-jaar-panama/>
- Sullivan, P. & Lilburn, P. (2005). *Good questions for math teaching. Why ask them and what to ask*. Sausalito, USA: Math Solutions.
- Van Zanten, M. (2017). Vragen stellen in de reken-wiskundeles. In: M. van Zanten (Red.) *Rekenen-wiskunde in de 21e eeuw*. Utrecht/Enschede: NVORWO/ Universiteit Utrecht/SLO. <http://panamaconferentie.sites.uu.nl/35-jaar-panama/>
- William, D. (2014). The right questions, the right way. *Educational leadership*, 71(6), 16-19.