LEERPLAN
SECUNDAIR ONDERWIJS

Wiskunde

7de leerjaar

VII-WisS

BRUSSEL

D/2025/13.758/112

Versie januari 2025

1 Inleiding

De uitrol van de modernisering secundair onderwijs gaat gepaard met een nieuwe generatie leerplannen. Leerplannen geven richting en laten ruimte. Ze faciliteren de inhoudelijke dynamiek en de continuïteit in een school en lerarenteam. Ze garanderen binnen het kader dat door de Vlaamse regering werd vastgelegd voldoende vrijheid voor schoolbesturen om het eigen pedagogisch project vorm te geven vanuit de eigen schoolcontext. Leerplannen zijn ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. Ze versterken het eigenaarschap van scholen die d.m.v. eigen beleidskeuzes de vorming van leerlingen gestalte geven. Leerplannen laten ruimte voor het vakinhoudelijk en pedagogisch-didactisch meesterschap van de leraar, maar bieden ondersteuning waar nodig.

1.1 Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten

Leerplannen vertrekken vanuit het **vormingsconcept** van de katholieke dialoogschool. Ze laten toe om optimaal aan te sluiten bij het pedagogisch project van de school en de beleidsbeslissingen die de school neemt vanuit haar eigen visie op onderwijs (taalbeleid, evaluatiebeleid, zorgbeleid, ICT-beleid, kwaliteitsontwikkeling, keuze voor vakken en lesuren …).

Leerplannen ondersteunen **kwaliteitsontwikkeling**: het leerplanconcept spoort met kwaliteitsverwachtingen van het Referentiekader onderwijskwaliteit (ROK). Kwaliteitsontwikkeling volgt dan als vanzelfsprekend uit keuzes die de school maakt bij de implementatie van leerplannen.

Leerplannen faciliteren een **gerichte studiekeuze**. De leerplandoelen sluiten aan bij de verwachte competenties van leerlingen in een bepaald structuuronderdeel. De feedback en evaluatie bij de realisatie ervan beïnvloeden op een positieve manier de keuze van leerlingen na elke graad.

Leerplannen gaan uit van de **professionaliteit** van de leraar en het **eigenaarschap** van de school en het lerarenteam. Ze bieden voldoende ruimte voor eigen inhoudelijke keuzes en een eigen didactische aanpak van de leraar, het lerarenteam en de school.

Leerplannen borgen de **samenhang** in de vorming. Die samenhang betreft de verticale samenhang (de plaats van het leerplan in de opbouw van het curriculum) en de horizontale samenhang tussen vakken binnen structuuronderdelen of over structuuronderdelen heen. Op die manier faciliteren en stimuleren de leerplannen leraren om over de vakken heen samen te werken en van elkaar te leren.

1.2 De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs

De leerplannen vertrekken vanuit een gedeelde inspiratie die door middel van een vormingscirkel wordt voorgesteld. We ‘lezen’ de cirkel van buiten naar binnen.

- Een lerarenteam werkt in een katholieke dialoogschool die onderwijs verstrekt vanuit een **specifieke traditie**. Vanuit het eigen pedagogisch project kiezen leraren voor wat voor hen en hun school goed onderwijs is. Ze wijzen leerlingen daarbij de weg en gebruiken daarvoor **wegwijzers**. Die zijn een inspiratiebron voor leraren en zorgen voor een Bijbelse ‘drive’ in hun onderwijs.

- De kwetsbaarheid van leerlingen ernstig nemen betekent dat elke leerling **beloftevol** is en alle leerkansen verdient. Die leerling is **uniek als persoon** maar ook **verbonden** met de klas, de school en de bredere samenleving. Scholen zijn **gastvrije plaatsen** waar leerlingen en leraren elkaar ontmoeten in diverse contexten. De leraar vormt zijn leerlingen vanuit een **genereuze** attitude, hij geeft om zijn leerlingen en hij houdt van zijn vak. Hij durft af en toe de gebaande paden verlaten en stimuleert de **verbeelding en creativiteit** van leerlingen. Zo zaait hij door zijn onderwijs de kiemen van een hoopvolle, **meer duurzame en meer rechtvaardige wereld.**

- Leraren vormen leerlingen door middel van leerinhouden die we groeperen in negen **vormingscomponenten**. De aaneengesloten cirkel van vormingscomponenten wijst erop dat vorming een geheel is en zich niet in schijfjes laat verdelen. Je kan onmogelijk over taal spreken zonder over cultuur bezig te zijn; wetenschap en techniek hebben een band met economie, wiskunde, geschiedenis … Dwarsverbindingen doorheen de vakken zijn belangrijk. De vormingscirkel vormt dan ook een dynamisch geheel van elkaar voortdurend beïnvloedende en versterkende componenten.
- Vorming is voor een leraar nooit te herleiden tot een cognitieve overdracht van inhouden. Zijn meesterschap en passie brengt een leraar ertoe om voor iedere leerling de juiste woorden en gebaren te zoeken om **de wereld te ontsluiten**. Hij introduceert leerlingen in de wereld waarvan hij houdt. Een leraar zorgt er bijvoorbeeld voor dat leerlingen kunnen worden gegrepen door de cultuur van het Frans of door het ambacht van een metselaar. Hij initieert leerlingen in een wereld en probeert hen zover te brengen dat ze er hun eigen weg in kunnen vinden.
- Een leraar vormt leerlingen als **individuele leraar**, maar werkt ook binnen **lerarenteams** en binnen een **beleid van de school**.
- De uiteindelijke bedoeling is om **alle leerlingen** kwaliteitsvol te vormen. Leerlingen zijn dan ook het hart van de vormingscirkel, zij zijn het op wie we inzetten. Zij dragen onze hoop mee: de nieuwe generatie die een meer duurzame en meer rechtvaardige wereld zal creëren.

1.3 Ruimte voor leraren(teams) en scholen

De leraar als professional, als meester in zijn vak krijgt vrijheid om samen met zijn collega's vanuit de leerplannen aan de slag te gaan. Hij kan eigen accenten leggen en differentiëren vanuit zijn passie, expertise, het pedagogisch project van de school en de beginsituatie van zijn leerlingen.
De leerplandoelen zijn noch chronologisch, noch hiërarchisch geordend. Ze laten ruimte aan het lerarenteam en de individuele leraar om te bepalen welke leerplandoelen op welk moment worden samengenomen, om didactische werkvormen te kiezen, contexten te bepalen, eigen leerlijnen op te bouwen, vakoverschrijdend te werken, en flexibel om te gaan met een indicatie van onderwijstijd.

1.4 Differentiatie

Om optimale leerkansen te bieden is differentiëren van belang in alle leerlingengroepen. Leerlingen voor wie dit leerplan is bestemd, behoren immers wel tot dezelfde doelgroep, maar bevinden zich niet noodzakelijk in dezelfde beginsituatie. Zij hebben een niet te onderschatten – maar soms sterk verschillende – bagage mee vanuit de onderliggende graad, de thuissituatie en vormen van informeel leren.

Het is belangrijk om zicht te krijgen op die aanwezige kennis en vaardigheden en vanuit dat gegeven, soms gedifferentieerd, verder te bouwen. Positief en planmatig omgaan met verschillen tussen leerlingen verhoogt de motivatie, het welbevinden en de leerwinst voor elke leerling.

De leerplannen bieden kansen om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden en door de leeromgeving aan te passen. Ze nodigen ook uit om te differentiëren in evaluatie.

Differentiatie door te verdiepen en te verbreden

Sommige leerlingen denken meer conceptueel en abstract. Andere leerlingen komen vanuit een meer concrete benadering sneller tot inzichtelijk denken. Variëren in abstractie spreekt leerlingen aan op hun capaciteiten en daagt hen uit om van daaruit te groeien.

Daarnaast bieden leerplannen kansen om de complexiteit van leerinhouden aan te passen. Dat kan door een complexere situatie te schetsen, een minder ingewikkelde bewerking of handeling voor te stellen, of door meer kennis of vaardigheden aan te bieden om leerlingen uit te dagen.

De ene context kan betekenisvol zijn voor een leerlingengroep, terwijl een andere context dan weer betekenisvoller kan zijn voor een andere leerlingengroep. Leerinhouden in verschillende contexten aanbrengen biedt kansen om leerlingen aan te spreken op hun interesses en daagt hen tegelijk uit om andere interesses te verkennen en zo hun horizon te verruimen.

In 'extra' wenken bij de leerplandoelen en in beperkte mate ook via keuzeleerplandoelen bieden we je inspiratie om te differentiëren door te verdiepen en te verbreden.

Differentiatie door de leeromgeving aan te passen

Doordachte variatie in werkvormen (groepswerk, individueel, auditief, visueel, actief …) vergroot de kans dat leerdoelen worden gerealiseerd door alle leerlingen. Het helpt hen bovendien ontdekken welke manieren van leren en informatie verwerken best bij hen passen.

De ene leerling kan snel of zelfstandig werken, de andere heeft meer tijd of begeleiding nodig. Variëren in de mate van ondersteuning, gericht aanbieden van hulpmiddelen (voorbeelden, schrijfkaders, stappenplannen …) en meer of minder tijd geven, daagt leerlingen uit op hun niveau en tempo.

Leerlingen op hun niveau en vanuit eigen interesses laten werken kan door te differentiëren in product, bijvoorbeeld door leerlingen te laten kiezen tussen opdrachten die leiden tot verschillende eindproducten.

Het samenstellen van groepen kan een effectieve manier zijn om te differentiëren. Rekening houden met verschil in leerdoelen en leerlingenkenmerken laat leerlingen toe van en met elkaar te leren.

Technologie kan al die vormen van differentiatie ondersteunen. Zo kunnen leerlingen op hun maat werken met digitale leermiddelen zoals educatieve software of online oefenprogramma's.

Differentiatie in evaluatie

Tenslotte laten de leerplannen toe te differentiëren in evaluatie en feedback. Evalueren is beoordelen om te waarderen, krachtiger te maken en te sturen.

Na de afronding van een lessenreeks of na een langere periode gaan leraren door middel van summatieve evaluatie na waar leerlingen staan. De keuze van een evaluatie- en feedbackvorm is afhankelijk van de vooropgestelde doelen.

Formatieve evaluatie is geïntegreerd in het leerproces en gaat uit van een actieve betrokkenheid van leraar en leerling. Het zet leerlingen aan het denken over hun vorderingen en laat leraren toe om tijdens het leerproces effectieve feedback te geven. Door middel van formatieve evaluatie krijgen leraren een goed zicht op het leerproces van leerlingen zodat ze het verder gericht en waar nodig kunnen bijsturen. Het is bovendien een rijke bron voor leraren om te reflecteren over de eigen onderwijspraktijk en de eigen pedagogisch-didactische aanpak bij te sturen.

1.5 Opbouw van leerplannen

Elk leerplan is opgebouwd volgens een vaste structuur. Alle onderdelen maken inherent deel uit van het leerplan. Schoolbesturen van Katholiek Onderwijs Vlaanderen die de leerplannen gebruiken, verbinden zich tot de realisatie van het gehele leerplan.

De **inleiding** licht het leerplanconcept toe en gaat dieper in op de visie op vorming, de ruimte voor leraren(teams) en scholen en de mogelijkheden tot differentiatie.

De **situering** geeft aan waarop het leerplan is gebaseerd en beschrijft o.a. de beginsituatie en de plaats in de lessentabel.

In de **pedagogisch-didactische duiding** komen o.a. inbedding in het vormingsconcept, de krachtlijnen, de opbouw en aandachtspunten aan bod.

De **leerplandoelen** zijn helder geformuleerd en geven aan wat van leerlingen wordt verwacht. Waar relevant geeft een opsomming of een afbakening (★) aan wat bij de realisatie van het leerplandoel aan bod moet komen. Ook pop-ups bevatten informatie die noodzakelijk is bij de realisatie van het leerplandoel.
De leerplandoelen zijn gebaseerd op de minimumdoelen van de basisvorming, de specifieke minimumdoelen, de doelen die leiden naar een beroepskwalificatie of andere doelen die in regelgeving vastliggen. Indien een leerplandoel verder gaat, vind je een ‘+’ bij het nummer van het leerplandoel. Al die leerplandoelen zijn verplicht te realiseren. In een aantal gevallen zijn keuzedoelen opgenomen; die leerplandoelen zijn weergegeven in een grijze kleur en het nummer van het leerplandoel wordt voorafgegaan door ‘K’.
De leerplandoelen zijn ingedeeld in een aantal rubrieken. Bovenaan elke rubriek vind je de relevante minimumdoelen van de basisvorming, de specifieke minimumdoelen, de doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties of andere doelen die in regelgeving vastliggen. Als leraar hoef je je die taal niet eigen te maken. Het volstaat dat je de leerplandoelen realiseert zoals opgenomen in het leerplan.
Waar relevant wordt de samenhang met andere leerplannen in dezelfde graad aangegeven, evenals de samenhang met de onderliggende graad.
‘Duiding’ bij een leerplandoel bevat een noodzakelijke toelichting bij het doel. In pedagogisch-didactische wenken vinden leraren inspiratie om met het leerplandoel aan de slag te gaan. Een wenk ‘extra’ bij een leerplandoel biedt leraren inspiratie om verder te gaan dan wat het leerplandoel minimaal vraagt.

De **basisuitrusting** geeft aan welke materiële uitrusting is vereist om de leerplandoelen te kunnen realiseren.

Het **glossarium** bevat een overzicht van handelingswerkwoorden die in alle leerplannen van de graad als synoniem van elkaar worden gebruikt of meer toelichting nodig hebben. De **concordantie** geeft aan welke leerplandoelen zijn gerelateerd aan bepaalde minimumdoelen, specifieke minimumdoelen, doelen die leiden naar een of meer beroepskwalificaties of andere doelen die in regelgeving vastliggen.

2 Situering

2.1 Beginsituatie

De studierichting is gericht op doorstroom naar opleidingen in het hoger onderwijs en is bedoeld voor leerlingen uit alle studierichtingen van de D-finaliteit en de D/A-finaliteit die in hun curriculum minder wiskunde en wetenschappen hebben gekregen.

Het leerplan Wiskunde bouwt verder op de basisleerplannen Wiskunde van de D-finaliteit en de D/A-finaliteit.

2.2 Plaats in de lessentabel

Het leerplan is gebaseerd op doelen vanuit de regelgeving. Het leerplan is gericht op 11 lesuren en is bestemd voor de studierichting Bijzondere wetenschappelijke vorming na structuuronderdeel met dubbele finaliteit en doorstroomfinaliteit (onderwijskwalificatie 4). De duurtijd van die studierichting bedraagt twee semesters.

Het geheel van de vorming in elke studierichting vind je terug op de PRO-pagina met alle vakken en leerplannen die gelden per studierichting.

3 Pedagogisch-didactische duiding

3.1 Wiskunde en het vormingsconcept

Het leerplan Wiskunde is ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool. In het leerplan ligt de nadruk op de wiskundige vorming en de levensbeschouwelijke vorming.

Leerlingen leren om wiskundig te redeneren en te communiceren en om problemen op te lossen door gebruik te maken van wiskundige concepten en procedures. Daarnaast zijn er tal van interacties met andere vormingscomponenten zoals de natuurwetenschappelijke en technische vorming en de maatschappelijke vorming. Leerlingen leren wiskunde in verschillende wetenschapsgebieden te gebruiken en het helpt hen om kritisch denkende burgers te worden in de maatschappij.

Levensbeschouwelijke vorming geeft leerlingen de tijd en de ruimte om te zoeken naar wie ze zijn en wat ze zullen worden. Leerlingen maken voortdurend (ethische) keuzes. Vanuit de dialoog met de eigen leefwereld, de diverse samenleving en het christelijk geloof, geven leerlingen hun levensbeschouwelijke identiteit vorm. De zeven wegwijzers bieden hen daarbij inspiratie: uniciteit in verbondenheid, kwetsbaarheid en belofte, gastvrijheid, rechtvaardigheid, duurzaamheid, verbeelding en generositeit.

Uit die vormingscomponenten en wegwijzers zijn de krachtlijnen van het leerplan ontstaan.

3.2 Krachtlijnen

Zinrijk en geïnspireerd

Leerlingen ontwikkelen een eigen kijk op mens, wereld en samenleving vanuit een levensbeschouwelijke inspiratie. Ze worden gevoelig voor wat betekenisvol is. Ze reflecteren over wat in hun eigen leven goed en minder goed loopt. Ze herkennen in concrete of beroepsgerichte ervaringen motieven en argumenten die hen uitnodigen en stimuleren om moreel te handelen. Ze leren openstaan voor de diepere dimensies van het leven en leren. Ze staan ook open voor levensbeschouwelijke keuzes van anderen en gaan daarover in dialoog.

Wiskundige begrippen, concepten, eigenschappen en methodes begrijpen en toepassen

Leerlingen ontwikkelen inzicht in begrippen, concepten, eigenschappen en methodes op vlak van meetkunde, analyse, algebra, discrete wiskunde, kansrekenen en statistiek. De leerlingen leren ze ook in te zetten.

Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

Leerlingen ontwikkelen hun wiskundige taalvaardigheid en denk- en redeneervaardigheid. Ze leren wiskundige redeneringen te beargumenteren en te communiceren.

Wiskundig modelleren en interacties tussen wiskunde en andere domeinen analyseren

Leerlingen leren gebruik te maken van wiskundige modellen zoals vectoren, grafieken, functies, matrices, rijen, diagrammen en kansverdelingen. Aan de hand van diverse contexten en voorbeelden van wiskundige toepassingen in verschillende domeinen krijgen leerlingen meer inzicht in wisselwerkingen. Ze ontdekken ook de samenhang binnen de wiskunde zelf en interpreteren wiskundige informatie uit de maatschappij op een kritische manier.

3.3 Opbouw

Overzicht van de rubrieken en deelrubrieken bij de leerplandoelen.

- Zinrijk en geïnspireerd
- Wiskundig redeneren
- Meetkunde
    - Goniometrie
    - Vectoren
    - Analytische vlakke meetkunde
    - Analytische ruimtemeetkunde
- Analyse
    - Grafisch onderzoek
    - Tweedegraadsfuncties
    - Exponentiële en logaritmische functies
    - Veelterm-, rationale en irrationale functies
    - Afgeleiden
    - Integralen
- Algebra
    - Matrices
    - Complexe getallen
    - Algebraïsche structuur
- Discrete wiskunde
    - Rijen
    - Telproblemen

- Data en onzekerheid

3.4 Beginsituatie

Het leerplan Wiskunde bouwt verder op de basisleerplannen Wiskunde van de D-finaliteit en de D/A-finaliteit. Via de leerplanpagina kan je bijkomende informatie raadplegen over de leerinhouden die aan bod komen in de tweede en derde graad van de D- en de D/A-finaliteit en over eventuele verschillen in beginsituatie vanuit individuele studierichtingen.

3.5 Aandachtspunten

Rubriek 'Zinvol en geïnspireerd'

De leerplandoelen uit de rubriek kunnen hier aan bod komen, maar kunnen ook worden gerealiseerd via het leerplan Natuurwetenschappen, waarin de leerplandoelen ook zijn opgenomen (VII-NatS LPD 1, 2). Om dat duidelijk te maken worden de leerplandoelen voorafgegaan door een #.

Rubriek 'Wiskundig redeneren'

Het is niet de bedoeling om deze rubriek als een apart gegeven te benaderen: je hebt als leraar de vrijheid en verantwoordelijkheid om de doelen breed en strategisch in te zetten en te combineren met leerplandoelen uit de inhoudelijke rubrieken.

Gebruik van contexten

Bij veel inhouden uit het leerplan is het aangewezen om zowel met als zonder context te werken. Werken met contexten kan leerlingen motiveren en maakt duidelijk dat wiskunde kan worden aangewend in meerdere contexten (leefwereld, maatschappelijk, wetenschappelijk, professioneel). Daardoor kan een positievere attitude tegenover wiskunde ontstaan. Contexten kunnen bijkomende aandacht vragen: het mathematiseren van de opgave en het demathematiseren van het resultaat. Bij contextvragen spelen ook niet-wiskundige factoren zoals taal een grotere rol dan bij kale opgaven. Kale opgaven en contextopgaven meten niet noodzakelijk altijd dezelfde wiskundige vaardigheden.

Wiskunde leren met en zonder contexten is belangrijk om kennis en vaardigheden te transfereren naar gelijkaardige en naar nieuwe situaties. Daarbij is het ook belangrijk om te variëren in contexten.

3.6 Leerplanpagina

Wil je als gebruiker van dit leerplan op de hoogte blijven van inspirerend materiaal, achtergrond, professionaliseringen of lerarennetwerken, surf dan naar de leerplanpagina.

4 Leerplandoelen

4.1 Zinrijk en geïnspireerd

LPD 1 + # De leerlingen reflecteren over ethische keuzes.

Wenk: Je kan met je leerlingen een klasdiscussie voeren vanuit een aangebrachte casus uit de actualiteit. Je kan leerlingen kaders of modellen aanreiken om te reflecteren over morele of ethische vragen. Ze bieden leerlingen taal om ethische keuzes te bespreken. Voorbeelden van thema’s:

- respectvol en relatie bevorderend omgaan met ethisch geladen communicatieve situaties;
- grensoverschrijdend gedrag of agressie;
- ethische overwegingen bij economische praktijken zoals ethische of duurzaamheidslabeling van producten, politieke aanwending van protectionisme, de filosofie van Adam Smith versus Karl Marx;
- ethische kwesties bij militaire operaties zoals vluchtelingen en de Conventie van Genève, gebruik van een casus belli, genocide, terrorisme, gebruik van drones.

Wenk: Je kan focussen op thema’s waarin wiskunde een rol speelt. Voorbeelden:

- het verzamelen en verspreiden van data (data-ethiek);
- het gebruik van AI;
- het analyseren en interpreteren van statistische gegevens (misbruik van statistiek).

Extra: Je kan de kennis van leerlingen verdiepen door ethische vragen te benaderen vanuit ethische stromingen zoals de plicht- en gevolgenethiek en waardenethiek.

LPD 2 + # De leerlingen dialogeren open en constructief over levensbeschouwing, inspiratie of zingeving.

Duiding: Je kan met leerlingen in gesprek gaan over zingeving of levensbeschouwing. Als je met leerlingen in dialoog gaat over zingeving, bespreek je ervaringen die betekenis of zin geven aan je leven of je bestaan. Zingeving betekent het zoeken naar de zin, de richting of het doel van het leven of van grote ervaringen, gebeurtenissen in het leven.

Duiding: Je kan met leerlingen reflecteren en in dialoog gaan over inspiratie. Inspiratie komt van het Latijnse woord ‘inspirare’ dat letterlijk ‘inademen’ of ‘inblazen’ van een ziel of ‘geest’ betekent. Waar iemand zijn inspiratie, innerlijke kracht, bezieling, enthousiasme, gedrevenheid of ‘vuur’ uithaalt is heel persoonlijk. Dat kan zijn uit natuur, muziek, kunst, literatuur, sport, religie, maar ook een mens of een gebeurtenis kan dienen als bron van inspiratie.

Duiding: Als mensen een soort Grote houvast of een overkoepelende visie op het leven en op wat het leven zin geeft delen, dan spreek je over een levensbeschouwing. Levensbeschouwingen geven een antwoord op vragen over de oorsprong van het universum en de mens, delen opvattingen over de mens (mensbeeld) en bepalen vanuit een visie op moraal en ethiek (wat is goed en kwaad) het dagelijks handelen. In religieuze levensbeschouwingen of godsdiensten staat het bestaan van een of meerdere goden centraal en de antwoorden die daaruit voortvloeien. Seculiere levensbeschouwingen, zoals het humanisme, vertrekken vanuit de mens om zin en vorm aan het leven te leven.

Wenk: Je kan met leerlingen in dialoog gaan aan de hand van een aantal algemene vragen die hen als student kunnen beroeren.

– Wat inspireert je om voor deze opleiding te kiezen?
– Wat versta je onder levenskwaliteit en waar ligt voor jou de balans tussen levenskwaliteit en studie?
– Wat geeft jou energie?

Wenk: In functie van het omgaan met diversiteit kan je leerlingen constructief kritisch laten reflecteren over eigen en andere levensbeschouwingen.

– Hoe kunnen de christelijke visie en andere levensbeschouwelijke visies op hoop een uitdaging vormen voor de eigen visie?
– Wat betekent het dragen van levensbeschouwelijke tekens voor jou?
– Hou je rekening met medeleerlingen die vasten en waarom zou je dit doen?
– Welke culturele gewoonten herken je bij jezelf en bij medeleerlingen? Bv. respect voor ouders, de rol van vrouwen en mannen in het huishouden, religieuze rituelen of feestdagen …

Wenk: Je kan met leerlingen in dialoog gaan over de wijze waarop ze mee verantwoordelijkheid kunnen dragen voor hun omgeving, de aarde … (ecologisch bewustzijn - schepping).

Wenk: Je kan met leerlingen in dialoog gaan over kwetsbare situaties waarmee ze kunnen worden geconfronteerd:

– staande blijven in stressvolle situaties;
– omgaan met verdriet of kwaadheid (bv. ziekte, scheiding, overlijden);
– omgaan met kwetsbare personen (bv. psychisch, verslaving).

4.2 Wiskundig redeneren

Doelen vanuit regelgeving

LPD 3 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen.

★ Bewijsvoering

2de-3de graad: Beargumenteren van wiskundige redeneringen (II-Wis-d LPD 4; III-Wis-d LPD 4); communiceren over redeneringen (II-Wis-da LPD 4; III-Wis-da LPD 4)

Wenk: Je kan dit leerplandoel breed inzetten en combineren met inhoudelijke leerplandoelen. Wiskundige redeneringen of argumentaties komen bijvoorbeeld ook aan bod in oefeningen waarbij wiskundige eigenschappen worden toegepast.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het gestructureerd verwoorden en noteren van de gedachtegang bij een redenering met correct gebruik van vakterminologie. Je kan tijdens de les de leerlingen hun redenering mondeling laten uitleggen en de leerlingen evalueren door mogelijke fouten aan te wijzen en te laten verbeteren.

Wenk: Je kan bewijsvoering evalueren door de leerlingen de tussenstappen van een bewijs te laten verantwoorden. Je kan ook een bewijs laten reproduceren in al dan niet gewijzigde situatie (zoals in een specifieke situatie of met andere symbolen).

LPD K 1 De leerlingen bewijzen wiskundige uitspraken.

★ Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs door volledige inductie, ontkrachting door tegenvoorbeeld
Kwantoren

Wenk: De focus ligt bij behandelde bewijzen meer op het beargumenteren dan het zuiver reproduceren. Zo kan je bij een behandeld bewijs de redeneerstappen laten beargumenteren of werken in een gewijzigde situatie (zoals in een specifieke situatie of met andere symbolen). Voorbeelden: goniometrische formules, sinus- en cosinusregel, formules voor afstanden tussen objecten in het vlak of de ruimte, discriminantformule bij het oplossen van tweedegraadsvergelijkingen, reststelling voor veeltermen, formules voor afgeleiden van basisfuncties, hoofdstelling van integraalrekening.

Wenk: Voorbeelden bij bewijs uit het ongerijmde: irrationaliteit van $\sqrt{2}$, uniciteit van quotiënt en rest bij de Euclidische deling van veeltermen.

Wenk: Voorbeelden bij de bewijstechniek volledige inductie: formules voor combinaties, binomium van Newton, formule van de Moivre, formule voor de som van eerste n termen bij rijen.

Wenk: Voorbeelden bij ontkrachting door tegenvoorbeeld: voorwaarden controleren in de formulering van eigenschappen, niet-commutativiteit van matrices.

Wenk: Kwantoren kunnen worden gebruikt in de formulering van een eigenschap of definitie (bv. limietbegrip). Je kan aandacht schenken aan de volgorde van kwantoren en de betekenis van de negatie van kwantoren.

4.3 Meetkunde

4.3.1 Goniometrie

Doelen vanuit regelgeving

LPD 4 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

★ Formules: verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken

2de-3de graad: Goniometrische getallen in rechthoekige driehoeken (II-Wis-d LPD 11; II-Wis-da LPD 10); goniometrische cirkel (III-Wis-d LPD 11)

Wenk: Niet in alle studierichtingen van de DA-finaliteit komen georiënteerde hoeken en de goniometrische cirkel aan bod.

Wenk: Je kan de verbanden tussen de goniometrische getallen van verwante hoeken laten onderzoeken aan de hand van de goniometrische cirkel. Het is niet de bedoeling dat de leerlingen de verbanden van buiten leren.

Wenk: Je kan andere goniometrische formules aan bod laten komen, bv. de grondformule of de formules die direct volgen uit de grondformule. De afgeleide formules moeten door de leerlingen niet vanbuiten worden geleerd. Je kan door middel van formules vanuit een gegeven goniometrisch getal de andere goniometrische getallen laten bepalen zonder de hoeken zelf te berekenen.

LPD K 2 De leerlingen gebruiken som- en verschilformules en formules voor dubbele hoek om goniometrische uitdrukkingen te vereenvoudigen.

Wenk: Je kan de complexiteit van de goniometrische uitdrukkingen beperken. De nadruk ligt op het inzicht in de gebruikte formules.

Wenk: Je kan de leerlingen laten gebruik maken van een formularium. Je kan aanvankelijk wel de formules laten instuderen. Dat helpt leerlingen om nadien de formules te herkennen en te gebruiken.

Extra: Je kan de formules van Simpson gebruiken om goniometrische uitdrukkingen te vereenvoudigen.

LPD 5 De leerlingen gebruiken de sinus- en cosinusregel om meetkundige problemen op te lossen.

2de-3de graad: Stelling van Pythagoras (II-Wis-d LPD 10; II-Wis-da LPD 9)

Wenk: Je kan aangeven dat de cosinusregel een veralgemening is van de stelling van Pythagoras voor willekeurige driehoeken.

Wenk: Als je enkel de sinusregel gebruikt voor het oplossen van een driehoek kan je twee mogelijkheden uitkomen. Je kan daar aandacht aan schenken, bv. door leerlingen eerst een tekening te laten maken of door de link te leggen met de congruentiekenmerken of met verwante hoeken.

Wenk: Je kan ook ruimtelijke problemen aan bod laten komen.

4.3.2 Vectoren

Doelen vanuit regelgeving

LPD 6 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak.

★ Bewerkingen: optelling en scalaire vermenigvuldiging
Norm van een vector en ontbinding van een vector in zijn componenten

Samenhang zevende jaar: Resulterende kracht (VII-NatS LPD 3F, 8F)

2de-3de graad: Grafische benadering van bewerkingen met vectoren (II-Wis-d LPD 13)

Wenk: Niet in alle studierichtingen van de DA-finaliteit komen bewerkingen met vectoren aan bod.

Wenk: Je gebruikt coördinaten in een orthonormaal assenstelsel bij het rekenen met vectoren.

Wenk: Je kan meetkundige objecten beschrijven door gebruik te maken van vectoren. Voorbeelden: het midden van een lijnstuk en het zwaartepunt van een driehoek.

LPD K 3 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak en in de ruimte.

★ Bewerkingen: inproduct

Wenk: Je kan de optelling, scalaire vermenigvuldiging, norm en ontbinding van vectoren in de ruimte aan bod laten komen.

Wenk: Bij het inproduct kan je gebruik maken van de twee formules, nl. in termen van norm van vectoren en ingesloten hoek (grafische betekenis) en met behulp van coördinaten.

4.3.3 Analytische meetkunde in het vlak

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 4 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak op.

2de-3de graad: Eerstegraadsfuncties (II-Wis-d LPD 19; II-Wis-da LPD 16)

Wenk: Parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte zijn verwant en verschillen in feite enkel van elkaar in schrijfwijze. Parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte zijn niet uniek omdat zowel de ‘startpositie’ als de richtingsvector van een rechte niet uniek bepaald zijn.

Wenk: De coëfficiëntenvector (u, v) bij de variabelen x en y van een cartesische vergelijking $ux + vy + w = 0$ van een rechte is een normaalvector van de rechte. Een vector die daarop loodrecht staat, bijvoorbeeld $(v, -u)$, geeft dus een richtingsvector van de rechte. Je kan dat gebruiken om een cartesische vergelijking om te zetten naar een vectorvergelijking en omgekeerd. Bij toepassingen kan je aandacht schenken aan de meest geschikte vorm van de vergelijking.

Wenk: Je kan de vergelijking van een zwaartelijn in een driehoek opstellen.

Extra: Je kan de vergelijking van de raaklijn in een punt van een cirkel laten opstellen.

Extra: Je kan de vergelijking van een cirkel met gegeven middelpunt en straal laten opstellen. Je kan ook vanuit de algemene vergelijking van een cirkel het middelpunt en de straal laten bepalen.

LPD K 5 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.

2de-3de graad: Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen (II-Wis-d LPD 22, 23; II-Wis-da LPD 19, 20)

Wenk: Bij de onderlinge ligging van rechten kan je samenvallende rechten bekijken als een speciaal geval van evenwijdige rechten. Om de evenwijdigheid van rechten in het vlak te onderzoeken kan je gebruik maken van richtingsvectoren of -getallen.

Wenk: De loodrechte stand wordt beschouwd als een onderdeel van de onderlinge ligging. Je kan de loodrechte stand van rechten onderzoeken door na te gaan of het product van richtingscoëfficiënten bij de rechten gelijk is aan -1. Je kan ook nagaan of het inproduct van twee richtingsvectoren of van twee normaalvectoren gelijk is aan nul.

Wenk: Je kan de vergelijking van een rechte laten opstellen die loodrecht staat op een andere rechte, bijvoorbeeld van een middelloodlijn of een hoogtelijn in een driehoek.

Extra: Je kan de onderlinge ligging van een cirkel met een rechte of van twee cirkels bepalen (via een afstandsformule) en eventuele snijpunten bepalen (via vergelijkingen).

LPD K 6 De leerlingen berekenen de afstand tussen een punt en een rechte en de hoek tussen twee snijdende rechten in het vlak.

2de-3de graad: Stelling van Pythagoras (II-Wis-d LPD 10; II-Wis-da LPD 9)

Wenk: Je kan de afstand van een punt tot een rechte bepalen aan de hand van de afstandsformule als de cartesische vergelijking van de rechte gegeven is.

Wenk: Je kan de hoek tussen twee snijdende rechten bepalen via het inproduct van twee richtingsvectoren.

Wenk: Je kan als toepassing de vergelijkingen van de bissectrices van twee snijdende rechten laten opstellen.

Extra: Je kan de vergelijkingen van de raaklijnen uit een punt aan een cirkel laten opstellen.

4.3.4 Analytische ruimtemeetkunde

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 7 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten en vlakken in de ruimte op.

Wenk: Parametrische en vectoriële vergelijkingen zijn verwant en verschillen in feite enkel van elkaar in schrijfwijze. Je kan aangeven dat parametrische en vectoriële vergelijkingen niet uniek zijn.

Wenk: Je kan aangeven dat bij een cartesische vergelijking van een vlak in de ruimte de coëfficiënten bij de variabelen aanleiding geven tot een normaalvector van dat vlak.

Wenk: Je kan de cartesische vergelijking van een vlak via determinanten bepalen.

Extra: Je kan de loodlijn op twee kruisende rechten bepalen.

LPD K 8 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten, van een rechte en een vlak en van twee vlakken in de ruimte met behulp van vergelijkingen.

2de-3de graad: Onderlinge ligging in de ruimte zonder vergelijkingen (II-Wis-d LPD 12; II-Wis-da LPD 11)

Wenk: Je kan de loodrechte stand van vlakken analyseren door het inproduct van normaalvectoren te bepalen.

Wenk: Je kan aandacht schenken aan het kiezen van een efficiënte manier om de onderlinge ligging te bepalen. Afhankelijk van de soort vergelijkingen van de objecten kan er bijvoorbeeld worden gewerkt met stelsels van vergelijkingen of met vectoren.

LPD K 9 De leerlingen berekenen afstanden en hoeken in de ruimte.

Wenk: Je kan afstanden bepalen tussen punten, rechten en vlakken. Het is niet nodig om alle mogelijkheden te behandelen.

Wenk: Je kan hoeken bepalen tussen twee rechten, tussen een rechte en een vlak en tussen twee vlakken.

4.4 Analyse

4.4.1 Grafisch onderzoek

Doelen vanuit regelgeving

LPD 7 De leerlingen lossen vergelijkingen en ongelijkheden grafisch op.

2de-3de graad: Eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden (II-Wis-d LPD 21; II-Wis-da LPD 18); vergelijkingen (III-Wis-d LPD 6)

Wenk: In contexten kan een vraagstelling leiden tot het oplossen van een vergelijking of ongelijkheid; vaak is dan ICT aangewezen om de bijhorende grafiek te tekenen en de vergelijking of ongelijkheid grafisch op te lossen. Via ICT is dat ook mogelijk voor functietypes die in dit leerplan niet worden bestudeerd.

Wenk: In veel toepassingen zijn vergelijkingen van de vorm $f(x) = g(x)$, waarbij de functies f en g op zich een duidelijke betekenis hebben. Omdat de verschilfunctie $f - g$ vaak niet zo'n duidelijke betekenis heeft, is het aangewezen om de grafieken van beide functies te tekenen en de vergelijking op te lossen door de snijpunten te zoeken.

Wenk: Je kan dit leerplandoel betrekken op de hieronder bestudeerde functietypes en realiseren tijdens de studie van die types. Bij het algebraïsch oplossen van vergelijkingen kunnen oplossingen grafisch worden gecontroleerd.

LPD K 10 De leerlingen leggen grafisch het verband tussen inverteerbare functies en hun inverse.

Wenk: Je kan aangeven dat de grafieken van de originele functie en de inverse functie elkaars spiegelbeeld zijn ten opzichte van de eerste bissectrice.

Wenk: Je kan aangeven dat niet elke functie inverteerbaar is. In sommige gevallen moet bijvoorbeeld het domein van de originele functie worden beperkt.

Wenk: Je kan werken met functies met een expliciet functievoorschrift. Voorbeelden: machtswortelfunctie als inverse van machtsfunctie en logaritmische functie als inverse van exponentiële functie.

Extra: Je kan de cyclometrische functies invoeren als inverse functies van goniometrische functies.

4.4.2 Tweedegraadsfuncties

Doelen vanuit regelgeving

LPD 8 De leerlingen tekenen de grafiek van een tweedegraadsfunctie vanuit het voorschrift.

★ Voorschriften $f(x) = a(x-p)^2 + q$ en $f(x) = ax^2 + bx + c$

Wenk: Je kan via de topvergelijking de grafiek van een tweedegraadsfunctie opbouwen vanuit de grafiek van $f(x) = x^2$. Je kan grafieken zowel zonder als met ICT laten tekenen.

Wenk: Je kan aan de hand van voorbeelden laten inzien dat een functievoorschrift van de vorm $f(x) = ax^2 + bx + c$ kan worden omgezet in een voorschrift van de vorm $f(x) = a(x-p)^2 + q$. Dat kan op twee manieren: je kan het voorschrift omvormen door een kwadraat van een eerstegraadsveelterm af te zonderen, maar je kan ook de tweede vorm uitrekenen en vergelijken met de eerste vorm om zo de parameters p en q te bepalen. Op die manier kan je ook de formule $p = -b/2a$ voor de x-coördinaat van de top verantwoorden.

LPD 9 De leerlingen stellen het voorschrift op van een tweedegraadsfunctie vanuit een grafiek.

Wenk: Je kan vertrekken vanuit een grafiek waarop de coördinaten van de top en één extra punt afleesbaar zijn.

Wenk: Je kan de parameter a in het voorschrift bepalen als de verandering van de functiewaarde als je de x-coördinaat van de top met 1 laat toenemen of afnemen.

Wenk: Je kan het voorschrift laten bepalen vanuit drie punten op de grafiek waaronder het snijpunt met de y-as.

Wenk: Je kan het voorschrift van een tweedegraadsfunctie laten bepalen vanuit een grafiek waarop de snijpunten met de x-as (of algemener, twee punten met zelfde y-waarde) afleesbaar zijn en één extra punt. Door gebruik te maken van symmetrie kan je de x-coördinaat van de top vinden. Je kan het voorschrift ook bepalen via de vorm $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$.

LPD 10 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.

Samenhang zevende jaar: Eenparig versnelde rechtlijnige beweging (VII-NatS LPD 18F)

Wenk: Je kan de nulwaarden van een tweedegraadsfunctie linken aan de snijpunten met de x-as. Je kan ook het snijpunt met de y-as aan bod laten komen.

Wenk: Je kan leerlingen de kenmerken van een tweedegraadsfunctie laten analyseren die hoort bij een betekenisvolle context om zo vragen te beantwoorden. Voorbeelden: hoogte en breedte van een brug of tunnel bepalen, hoogste punt van een geworpen voorwerp bepalen en bepalen welke horizontale afstand het voorwerp aflegt.

Extra: Je kan kenmerken analyseren van tweedegraadsfuncties met één parameter in het voorschrift.

LPD 11 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende algebraïsch op in $\mathbb{R}$.

★ Ontbinden in factoren
Discriminant

Wenk: Je kan verschillende technieken voor het ontbinden in factoren van veeltermen aan bod laten komen. Minstens het afzonderen van een gemeenschappelijke factor en het toepassen van merkwaardige producten komen aan bod.
Bij onvolledige en bepaalde volledige tweedegraadsvergelijkingen is het ontbinden in factoren handig om snel de nulpunten te bepalen.

Wenk: Als er voor het oplossen van een probleem of vraagstuk in een bepaalde context een tweedegraadsvergelijking moet worden opgelost, dan kan het zijn dat niet allebei de oplossingen van de vergelijking aanleiding geven tot een oplossing van het probleem. Je kan leerlingen de oplossingen kritisch leren controleren.

Extra: Je kan vanuit een tweedegraadsvergelijking de som en het product van de wortels aflezen en zo de vergelijking oplossen. Dat is een efficiënte methode als bijvoorbeeld 1 of -1 een oplossing is. Je kan via die methode ook tot de discriminantformule komen.

Extra: Je kan het aantal oplossingen laten bespreken van een tweedegraadsvergelijking met één parameter. Als toepassing kan je de raaklijn of raaklijnen bepalen aan een parabool door een gegeven punt (al dan niet op de parabool).

Extra: Je kan hogeregraadsvergelijkingen laten oplossen die via substitutie te herleiden zijn naar tweedegraadsvergelijkingen (bv. bikwadratische of wederkerige vergelijkingen).

LPD 12 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.

Wenk: Je kan een tekentabel of -schema van de bijbehorende tweedegraadsfunctie laten opstellen. Daarbij kan je gebruik maken van het verband tussen het teken van de coëfficiënt a en de vorm van de grafiek.

Wenk: Je kan het antwoord grafisch laten controleren.

4.4.3 Exponentiële en logaritmische functies

Doelen vanuit regelgeving

LPD 13 **De leerlingen lossen exponentiële vergelijkingen van de vorm $b \cdot a^x = c$ algebraïsch op.**

2de-3de graad: Logaritmen met willekeurig grondtal, exponentiële functies en exponentiële groei (III-Wis-d LPD 7, 8, 9, 10; III-Wis-da LPD 7, 8, 9)

Wenk: Je kan de vergelijking algebraïsch oplossen door gebruik te maken van logaritmen of door c/b te schrijven als een macht met grondtal a.

Wenk: Je kan nulwaarden van algemene exponentiële functies algebraïsch bepalen.

LPD 14 **De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek en kenmerken van de logaritmische functie $f(x) = log_a(x)$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, afnemende stijging/daling, asymptotisch gedrag en gedrag op oneindig.**

2de-3de graad: Logaritmen met willekeurig grondtal (III-Wis-d LPD 7; III-Wis-da LPD 7)

Wenk: Je kan de logaritmische functie definiëren als de inverse functie van de exponentiële functie $f(x) = a^x$. Je kan aangeven dat de grafieken elkaars spiegelbeeld zijn t.o.v. de eerste bissectrice.

LPD K 11 **De leerlingen lossen eenvoudige exponentiële en logaritmische vergelijkingen algebraïsch op.**

Wenk: Je kan de nulwaarden van exponentiële en logaritmische functies algebraïsch bepalen.

Extra: Je kan eenvoudige exponentiële en logaritmische ongelijkheden oplossen door eerst de bijhorende vergelijking algebraïsch op te lossen en nadien de ongelijkheid op te lossen via een schets of mentale voorstelling van de grafiek van de bijhorende functie.

4.4.4 Goniometrische functies

Doelen vanuit regelgeving

LPD 15 **De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek en kenmerken van de goniometrische functie $f(x) = cos\ x$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extrema, periode en amplitude.**

2de-3de graad: Algemene sinusfunctie (III-Wis-d LPD 11, 12, 13)

Wenk: Niet in alle studierichtingen van de derde graad DA-finaliteit komen de goniometrische cirkel en sinusfuncties aan bod.

Wenk: Je kan de grafiek van de cosinusfunctie laten tekenen (vanuit de goniometrische cirkel). Je kan ook de grafiek met behulp van een horizontale verschuiving verkrijgen vanuit de grafiek van de sinusfunctie.

LPD K 12 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek en kenmerken van de goniometrische functie $f(x) = tan\ x$: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, periode, symmetrie en asymptotisch gedrag.

LPD 16 De leerlingen lossen goniometrische vergelijkingen van de vorm $sin(ax + b) = c$ algebraïsch op.

Wenk: Je kan ook vergelijkingen aan bod laten komen die herleidbaar zijn tot deze vorm. Zo kan je de nulwaarden van een algemene sinusfunctie algebraïsch bepalen.

LPD K 13 De leerlingen lossen eenvoudige goniometrische vergelijkingen algebraïsch op.

Wenk: Je kan de nulwaarden van goniometrische functies algebraïsch bepalen.

Extra: Je kan eenvoudige goniometrische ongelijkheden oplossen door eerst de bijhorende vergelijking algebraïsch op te lossen en nadien de ongelijkheid op te lossen (bv. door gebruik te maken van de goniometrische cirkel of via mentale voorstelling van grafiek).

4.4.5 Veelterm-, rationale en irrationale functies

Doelen vanuit regelgeving

LPD 17 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek en kenmerken van veeltermfuncties, (elementaire) rationale functies en (elementaire) irrationale functies: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen/constant, extrema, constante/toenemende/afnemende stijging/daling, asymptotisch gedrag en gedrag op oneindig.

Wenk: Homografische functies en n-de machtswortelfuncties zijn mogelijke voorbeelden van elementaire rationale en elementaire irrationale functies.

Wenk: Het functiekenmerk constante/toenemende/afnemende stijging/daling kan ook pas aan bod komen bij de analyse van het verloop van functies met behulp van afgeleiden.

Extra: Je kan ook het verband leggen tussen het voorschrift en de kenmerken (bv. multipliciteit van nulwaarden bij veeltermfuncties, asymptoten en perforaties bij rationale functies). Je kiest best doelgerichte voorbeelden zodat rekenwerk wordt beperkt.

LPD K 14 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele.

★ Euclidische deling, reststelling

Wenk: Om de Euclidische deling in te leiden kan je illustreren dat twee veeltermen elkaar niet steeds delen in de verzameling van de veeltermen, net zoals dat het geval is bij de deling van natuurlijke of gehele getallen. De analogie kan worden doorgetrokken, want de formulering van de eigenschap van de Euclidische deling is analoog (deze keer met behulp van het begrip graad van een veelterm). De eigenschap kan worden verklaard: het bestaan van quotiënt en rest door bijvoorbeeld de staartdeling als algoritme uit te leggen; de uniciteit eventueel via een bewijs uit het ongerijmde.

Wenk: De reststelling kan worden bekeken als toepassing van de Euclidische deling door een tweeterm van de vorm $x - a$. Een gevolg ervan is dat een veelterm deelbaar is door $x - a$ als en slechts als a een oplossing is van de bijhorende veeltermvergelijking. Het quotiënt (en de rest) bij deling door $x - a$ kan worden bepaald door middel van de staartdeling, maar ook de regel van Horner kan als verkorte vorm worden gebruikt.

Wenk: Je kan de reststelling toepassen.
Voorbeeld: je kan de rest bij deling van een veelterm D door $(x-a)(x-b)$ bepalen door gebruik te maken van de resten bij deling door $x - a$ en door $x - b$, m.a.w. de waardes $D(a)$ en $D(b)$.
Voorbeeld: je kan merkwaardige producten aan bod laten komen, bv. de tweetermen $a^3 - b^3$ en $a^3 + b^3$ ontbinden in factoren.

LPD K 15 De leerlingen lossen eenvoudige veeltermvergelijkingen, rationale vergelijkingen en irrationale vergelijkingen algebraïsch op.

Wenk: Je kan de complexiteit van de vergelijkingen beperken.

Wenk: Je kan de nulwaarden van veeltermfuncties, rationale functies en irrationale functies algebraïsch bepalen.

Extra: Je kan eenvoudige veelterm- en rationale ongelijkheden oplossen door eerst de bijhorende vergelijking algebraïsch op te lossen en nadien de ongelijkheid op te lossen (bv. via mentale voorstelling van grafiek of door gebruik te maken van het begrip multipliciteit).

4.4.6 Afgeleiden

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 16 De leerlingen bepalen grafisch en algebraïsch limieten van functies en analyseren het asymptotisch gedrag.

★ Continuïteit

Wenk: Je kan het limietbegrip voor functies formeel invoeren en zo LPD K25 realiseren.

Wenk: Je kan de Euclidische deling van veeltermen gebruiken om horizontale of schuine asymptoten te bepalen bij rationale functies.

Extra: Je kan de regel van de l'Hôpital gebruiken bij het bepalen van limieten van functies.

LPD 18 De leerlingen berekenen de afgeleide functie van functies die zijn opgebouwd uit veeltermfuncties, rationale functies, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies.

★ Rekenregels: afgeleide van een som, product, quotiënt van functies en afgeleide van een samengestelde functie (kettingregel)

Samenhang zevende jaar: Kinematica (VII-NatS LPD 18F, 20F)

2de-3de graad: Afgeleide in een punt (III-Wis-d LPD 14); grafisch verband tussen functie en afgeleide functie (III-Wis-d LPD 15); gemiddelde veranderingen via differentiequotiënten (III-Wis-da LPD 6)

Wenk: Niet in alle studierichtingen van de derde graad DA-finaliteit komen de concepten afgeleide in een punt en afgeleide functie aan bod.

Wenk: Om de formule van de afgeleide van een exponentiële functie te verantwoorden kan je de hellingsgrafiek tekenen en nagaan of de bijhorende functie een veelvoud is van de originele functie. Je kan dan het getal e invoeren als het grondtal waarvoor de bijhorende factor één is.

Wenk: Je kan de formule van de afgeleide van de sinus- en cosinusfunctie grafisch verantwoorden door de bijhorende hellingsgrafieken te tekenen.

Wenk: Je kan grafisch de correctheid van enkele rekenregels (bv. afgeleide van een som en van het product met reëel getal) nagaan.

Extra: Je kan de afgeleide functie van een inverse functie bepalen via impliciet afleiden.

LPD K 17 De leerlingen berekenen de afgeleide functie van irrationale functies.

★ Afleidbaarheid

Wenk: Je kan aangeven dat niet elke continue functie overal afleidbaar is, bv. de absolute waardefunctie of een n-de machtswortelfunctie.

LPD 19 De leerlingen analyseren het verloop van functies met behulp van de eerste en tweede afgeleide functie en lossen extremumproblemen op.

Wenk: Je kan de functiekenmerken extrema, constant/stijgend/dalend, buigpunten, hol/bol en constante/toenemende/afnemende stijging/daling bepalen.

Wenk: Je kan bij extremumproblemen aandacht schenken aan het opstellen van het functievoorschrift, het praktisch domein van de functie en een evaluatie van de berekende oplossing.

LPD K 18 De leerlingen formuleren de stelling van Rolle en de middelwaardestelling van Lagrange.

4.4.7 Integralen

Doelen vanuit regelgeving

LPD 20 De leerlingen interpreteren een bepaalde integraal als de limiet van een som en als een georiënteerde oppervlakte.

Samenhang zevende jaar: Arbeid als omzetting van energie (VII-NatS LPD 22F)

Wenk: De oppervlakte onder een grafiek van een functie kan worden benaderd door de som van oppervlaktes van een aantal rechthoeken. Door dat aantal te laten toenemen en de limiet te nemen, wordt de echte oppervlakte verkregen.

Wenk: Voorbeelden van contexten: afstand uit snelheid, snelheid uit versnelling, arbeid uit kracht, energie uit vermogen.

LPD K 19 De leerlingen drukken de booglengte van een kromme en het volume van een omwentelingslichaam uit als een bepaalde integraal.

Wenk: Je kan aangeven hoe integralen kunnen worden gebruikt om het volume van een omwentelingslichaam en de booglengte van een kromme te bepalen (eventuele berekeningen via ICT).

LPD 21 De leerlingen leggen het verband tussen bepaalde integralen en primitieve functies.

Wenk: Je kan dit verband aangeven door bij eerstegraadsfuncties de oppervlakte onder de grafiek binnen een vast interval $[a, b]$ te bepalen als oppervlakte van een trapezium of driehoek. Je kan laten inzien dat dat gelijk is aan $F(b) - F(a)$ voor een primitieve functie F.

LPD K 20 De leerlingen leggen het verband tussen bepaalde integralen en primitieve functies door middel van de hoofdstelling van de integraalrekening.

LPD 22 De leerlingen berekenen bepaalde en onbepaalde integralen van functies.

★ Integratiemethoden: onmiddellijke integratie, integratie door splitsing, integratie door eenvoudige substitutie

Wenk: Je kan bepaalde integralen gebruiken om georiënteerde en werkelijke oppervlaktes te berekenen.

Wenk: Je kan ICT gebruiken om integralen te bepalen. Je kan ook aangeven dat veel integralen niet te berekenen zijn met behulp van een primitieve functie.

Wenk: Je kan een substitutie van de vorm $y = ax + b$ gebruiken om integralen van bv. machten van eerstegraadsveeltermen of algemene sinusfuncties te bepalen.

LPD K 21 De leerlingen gebruiken de integratiemethode partiële integratie om bepaalde en onbepaalde integralen te berekenen.

4.5 Algebra

4.5.1 Matrices

Doelen vanuit regelgeving

LPD 23 De leerlingen voeren bewerkingen uit met matrices: optelling, scalaire vermenigvuldiging, matrixvermenigvuldiging, machtsverheffing en transpositie.

Wenk: Matrices en bewerkingen met matrices kunnen worden ingevoerd vanuit toepassingen, waar matrices worden gebruikt als handige opslagplaats voor gegevens.

Wenk: Niet alle eigenschappen voor het rekenen met getallen zijn geldig voor het rekenen met matrices. Je kan met voorbeelden aangeven dat het matrixproduct niet-commutatief is (wel associatief) en dat nuldelers bestaan.

LPD 24 De leerlingen gebruiken matrixmodellen om evoluties te beschrijven.

★ Matrixvoorstelling van een graaf

Wenk: Voorbeelden van contexten: evolutie van populaties (Lesliematrices), migratiepatronen (migratiematrices), het aantal wegen tussen knooppunten in netwerk (verbindingsmatrices), het koopgedrag bij een groep consumenten (Markovketens). Het matrixmodel kan gemakkelijker worden opgesteld nadat het probleem door middel van een graaf is gevisualiseerd.

Wenk: Je kan ICT gebruiken bij het berekenen van machten van matrices.

Wenk: Je kan de evolutie op de lange termijn bekijken. Zo kan je onderzoeken of er bv. stabilisatie optreedt.

LPD K 22 De leerlingen berekenen de rang van matrices, de inverse matrix van inverteerbare matrices en de determinant van vierkante matrices.

Wenk: Je kan bij vierkante matrices het verband leggen tussen de rang, inverteerbaarheid, de determinant en oplosbaarheid van stelsels.

Wenk: Je kan de inverse matrix van een inverteerbare matrix M bepalen door de matrix $[M|I]$ te rijherleiden naar de matrix $[I|M^{-1}]$.

Wenk: Je kan het concept determinant inleiden door voor $2x2$-matrices een inverse matrix te zoeken. Je kan determinanten bepalen door te ontwikkelen naar een rij of kolom. Voor $3x3$-matrices kan je ook gebruik maken van de regel van Sarrus.

Wenk: Berekeningen zonder ICT zijn beperkt in complexiteit en zijn nuttig om inzicht in de concepten te verwerven. Je kan ICT inzetten bij minder eenvoudige berekeningen.

LPD 25 De leerlingen lossen stelsels van eerstegraadsvergelijkingen op met behulp van de methode van Gauss-Jordan.

2de-3de graad: Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen (II-Wis-d LPD 22, 23; II-Wis-da LPD 19, 20)

Wenk: Minstens een stelsel met drie onbekenden komt aan bod. Je hebt aandacht voor bepaalde, onbepaalde en strijdige stelsels.

Wenk: Berekeningen zonder ICT zijn beperkt in complexiteit en zijn nuttig om inzicht in de methode te verwerven. Je kan ICT laten inzetten bij minder eenvoudige stelsels.

4.5.2 Complexe getallen

Doelen vanuit regelgeving

LPD 26 De leerlingen stellen complexe getallen voor in het vlak.

Wenk: Je kan de imaginaire eenheid i invoeren als een oplossing van de vergelijking $x^2 = -1$. De notatie van vierkantswortel mag bij een negatief reëel getal niet worden gebruikt. Door de reële getallen uit te breiden met het getal i en door met die getallen te rekenen zoals gewoonlijk, verkrijg je de verzameling van de complexe getallen.

Wenk: De complexe getallen worden grafisch voorgesteld in een vlak, dat het vlak van Gauss wordt genoemd. Een complex getal $a + bi$ komt in de voorstelling overeen met een koppel (a, b).

Wenk: Je kan zonder bewijs aangeven dat er op de complexe getallen geen totale orde is die zich goed gedraagt t.o.v. de optelling en de vermenigvuldiging. Daarom worden de symbolen $<$ en $\leq$ niet gebruikt bij complexe getallen.

LPD 27 De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling.

Wenk: Je kan de link leggen met de optelling, aftrekking en scalaire vermenigvuldiging van vectoren en aandacht schenken aan de meetkundige betekenis.

Extra: Je kan de vierkantswortels van een complex getal in cartesische vorm bepalen.

LPD 28 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één onbekende op in de verzameling van de complexe getallen.

LPD 29 De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd.

LPD 30 De leerlingen voeren de vermenigvuldiging van complexe getallen in goniometrisch vorm uit.

★ Goniometrische formules: somformules

Wenk: Je kan de formule van het product laten ontdekken of verantwoorden via een concreet voorbeeld, namelijk door twee getallen in cartesische vorm met elkaar te vermenigvuldigen en de bijhorende goniometrische vormen te bepalen. Uitgaande van de somformules kan je ook de formule voor het product aantonen.

LPD K 23 De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in goniometrische vorm: deling, machtsverheffing en n-de machtsworteltrekking.

☆ Formule van de Moivre

Wenk: Je kan aandacht schenken aan de meetkundige interpretatie van de bewerkingen.

Voorbeelden: de n-de machtswortels vormen een regelmatige n-hoek, opeenvolgende machten liggen op een spiraal.

4.5.3 Algebraïsche structuur

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 24 De leerlingen analyseren verzamelingen voorzien van één of meerdere bewerkingen aan de hand van een algebraïsche structuur.

Wenk: Je kan kiezen welke algebraïsche structuur er wordt behandeld. Voorbeelden van structuren: groep (met één bewerking) en vectorruimte (met twee bewerkingen).

Wenk: Je kan de algebraïsche structuur definiëren als een niet-lege verzameling met één of meerdere bewerkingen die aan bepaalde voorwaarden voldoet (bv. vanuit de eigenschappen van bewerkingen bij concrete voorbeelden). Je kan laten nagaan of gegeven verzamelingen met bijhorende bewerking(en) voldoen aan de definitie.

Wenk: Voorbeelden van vectorruimten: $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$, complexe getallen, veeltermen, matrices, rijen, functies.

Wenk: Je kan bij groepen zowel oneindige als eindige voorbeelden geven. Voorbeelden: getallenverzamelingen met optelling of vermenigvuldiging, vectoren met optelling, matrices met optelling, gehele getallen modulo n met optelling (bv. link met klokrekenen voor $n = 12$), symmetriegroepen van figuren met samenstelling (bv. gelijkzijdige driehoek), permutaties met samenstelling.

4.6 Discrete wiskunde

4.6.1 Rijen

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 25 De leerlingen definiëren het limietbegrip op een formele manier.

Wenk: Je kan het limietbegrip formeel definiëren bij rijen (via de epsilon-N-definitie) of bij functies (met epsilon-delta-definitie). Je kan aandacht schenken aan de afhankelijkheid van N of delta t.o.v. epsilon.

Wenk: Je kan kwantoren gebruiken bij de definitie.

Extra: Je kan de formele limietdefinitie toepassen op een concreet voorbeeld.

LPD K 26 De leerlingen bepalen limieten van rijen.

★ Convergentie

2de-3de graad: Rekenkundige en meetkundige rijen (III-Wis-d LPD 16)

Wenk: Je kan voorbeelden geven van divergente rijen (bv. alternerende rij $u_n = (-1)^n$ of rijen met limiet oneindig). Je kan de convergentie onderzoeken van rekenkundige en meetkundige rijen.

Wenk: Je kan limieten van rijen zowel algebraïsch als grafisch bepalen.

Wenk: Je kan enkele standaardlimieten van rijen aan bod laten komen. Voorbeelden: $u_n = 1/n, u_n = 1/n^2, u_n = \sqrt{n}$.

Wenk: Je kan rekenregels voor het berekenen van limieten aan bod laten komen. Voorbeelden: limiet van som, verschil, product.

Extra: Je kan de insluitstelling gebruiken om limieten van rijen te bepalen.

4.6.2 Telproblemen

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 27 De leerlingen lossen telproblemen op met en zonder herhaling en waarbij de volgorde al dan niet van belang is.

★ Binomium van Newton
Driehoek van Pascal

2de-3de graad: Telproblemen aan de hand van boomdiagrammen en venndiagrammen (II-Wis-d LPD 25; II-Wis-da LPD 21)

Wenk: Je kan de formules bij combinaties, variaties en permutaties aan bod laten komen.

Wenk: Je kan het sommatieteken gebruiken bij het binomium van Newton.

4.7 Data en onzekerheid

Doelen vanuit regelgeving

LPD K 28 De leerlingen berekenen en interpreteren kansen met behulp van de binomiale verdeling.

★ Verwachtingswaarde, standaardafwijking

2de-3de graad: Kansrekenen (III-Wis-d LPD 17; III-Wis-da LPD 10)

Wenk: Je kan via voorbeelden het concept van kansverdeling van een toevalsvariabele aanbrengen en de begrippen verwachtingswaarde en standaardafwijking invoeren. Je kan het onderscheid maken tussen discrete en continue variabelen. Bij discrete toevalsvariabelen komt de kansverdeling overeen met een tabel van de kansen van alle mogelijke uitkomsten van het bijhorende kansexperiment. Dat kan grafisch worden weergegeven met behulp van een staafdiagram. Naar analogie met een tabel van relatieve frequenties kan je ook bij een discrete kansverdeling het gemiddelde (verwachtingswaarde) en de standaardafwijking berekenen.

Wenk: Bij het berekenen van kansen kan er worden gebruik gemaakt van ICT.

Extra: Je kan grafisch het verband leggen tussen een binomiale verdeling (discreet) en normale verdeling (continu) met hetzelfde gemiddelde en dezelfde standaardafwijking. Als de steekproefgrootte n voldoende groot is (zodat ook np en $n(1-p)$ voldoende groot zijn), zal de binomiale verdeling goed worden benaderd door de bijhorende normale verdeling.

Extra: Je kan bij kansverdelingen een cumulatieve verdelingsfunctie (grafisch) laten interpreteren.

LPD 31 De leerlingen analyseren het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.

★ Trendlijn
Correlatiecoëfficiënt

2de-3de graad: Samenhang en causaliteit (III-Wis-d LPD 19; III-Wis-da LPD 12)

Wenk: ICT kan worden gebruikt om spreidingsdiagrammen en trendlijnen te tekenen. Een informeel begrip van trendlijn is voldoende. Inzicht in het algoritme dat de trendlijn bepaalt is dus niet nodig.

Wenk: De correlatiecoëfficiënt geeft een maat voor de sterkte van de lineaire samenhang tussen de twee grootheden en ligt tussen -1 en 1. Als de coëfficiënt dicht bij -1 ligt, dan is er een negatieve lineaire correlatie; als ze in de buurt van 0 ligt, dan is er geen correlatie (maar kan er nog steeds een ander verband zijn); als ze dicht bij 1 ligt, dan is er een positieve lineaire correlatie. Het is niet nodig om de definitie van de coëfficiënt zelf te bestuderen, maar wel om in concrete situaties de waarde te bepalen met ICT en te interpreteren.

Wenk: Je kan verschillende soorten verbanden aan bod laten komen. Voorbeelden: lineair, kwadratisch en exponentieel.

LPD 32 De leerlingen leggen in betekenisvolle situaties de betekenis uit van nulhypothese, alternatieve hypothese, significantieniveau en p-waarde.

★ Steekproevenverdeling

2de-3de graad: Representativiteit van steekproeven en de normale verdeling (III-Wis-d LPD 18, 20, 21; III-Wis-da LPD 11, 13, 14)

Wenk: Je kan het begrip steekproevenverdeling illustreren via simulaties met behulp van ICT en de link leggen met variabiliteit van steekproeven.

Wenk: Je kan de nulhypothese en alternatieve hypothese in een concrete situatie laten beschrijven door de leerlingen. Je kan leerlingen het resultaat van een hypothesetoets laten interpreteren. De nadruk ligt op de betekenis van de gebruikte begrippen. Zo is de p-waarde de kans dat in de (steekproeven)verdeling bepaald door de nulhypothese, de waarde vanuit de steekproef wordt behaald of (eenzijdig of tweezijdig) wordt overschreden.

LPD K 29 De leerlingen toetsen hypothesen.

Wenk: Je kan hypothesetoetsen opstellen voor populatieproporties of populatiegemiddeldes. Het bepalen van de p-waarde kan met behulp van ICT gebeuren.

Extra: Je kan de twee soorten fouten aan bod laten komen: type I-fout (onterecht verwerpen van de nulhypothese) of type II-fout (onterecht niet verwerpen). Je kan het onderscheidingsvermogen van de test laten bepalen.

Extra: Je kan voor voldoende grote steekproefgrootte een steekproevenverdeling benaderen door een normale verdeling door middel van de Centrale Limietstelling.

5 Basisuitrusting

Basisuitrusting verwijst naar de infrastructuur en het (didactisch) materiaal die beschikbaar moeten zijn voor de realisatie van de leerplandoelen.

5.1 Infrastructuur

Een leslokaal

- dat qua grootte, akoestiek en inrichting geschikt is om communicatieve werkvormen te organiseren;
- met een (draagbare) computer waarop de nodige software en audiovisueel materiaal kwaliteitsvol werkt en die met internet verbonden is;
- met de mogelijkheid om (bewegend beeld) kwaliteitsvol te projecteren;
- met de mogelijkheid om geluid kwaliteitsvol weer te geven;
- met de mogelijkheid om draadloos internet te raadplegen met een aanvaardbare snelheid.

Toegang tot (mobile) devices voor leerlingen.

5.2 Materiaal en gereedschappen waarover elke leerling moet beschikken

Om de leerplandoelen te realiseren beschikt elke leerling minimaal over onderstaand materiaal. De school bespreekt in de schoolraad wie (de school of de leerling) voor dat materiaal zorgt. De school houdt daarbij uitdrukkelijk rekening met gelijke kansen voor alle leerlingen.

- ICT-middel, zoals een (mobile) device of rekentoestel, om berekeningen uit te voeren en om grafische voorstellingen te maken.

6 Glossarium

In het glossarium vind je synoniemen voor en toelichting bij een aantal handelingswerkwoorden die je terugvindt in leerplandoelen en (specifieke) minimumdoelen van verschillende graden.

Handelingswerkwoord	Synoniem	Toelichting
Analyseren		Verbanden zoeken tussen gegeven data en een (eigen) besluit trekken
Beargumenteren	Verklaren	Motiveren, uitleggen waarom
Beoordelen	Evalueren	Een gemotiveerd waardeoordeel geven
Berekenen	Berekeningen uitvoeren	
Berekeningen uitvoeren	Berekenen	

Beschrijven	Toelichten, uitleggen	
Betekenis geven aan	Interpreteren	
Een (…) cyclus doorlopen	Een (…) proces doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Een (…) proces doorlopen	Een (…) cyclus doorlopen	Via verschillende fasen tot een (deel)resultaat komen of een doel bereiken
Evalueren	Beoordelen	
Gebruiken	Hanteren, inzetten, toepassen	
Hanteren	Gebruiken, inzetten, toepassen	
Identificeren		Benoemen; aangeven met woorden, beelden …
Illustreren		Beschrijven (toelichten, uitleggen) aan de hand van voorbeelden
In dialoog gaan over	In interactie gaan over	
In interactie gaan over	In dialoog gaan over	
Interpreteren	Betekenis geven aan	
Inzetten	Gebruiken, hanteren, toepassen	
Kritisch omgaan met	Kritisch gebruiken	
Kwantificeren		Beredeneren door gebruik te maken van verbanden, formules, vergelijkingen …
Onderzoeken	Onderzoek voeren	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Onderzoek voeren	Onderzoeken	Verbanden zoeken tussen zelf verzamelde data en een (eigen) besluit trekken
Reflecteren over		Kritisch nadenken over en argumenten afwegen zoals in een dialoog, een gedachtewisseling, een paper
Testen	Toetsen	
Toelichten	Beschrijven, uitleggen	
Toepassen	Gebruiken, hanteren, inzetten	
Toetsen	Testen	
Uitleggen	Beschrijven, toelichten	
Verklaren	Beargumenteren	Motiveren, uitleggen waarom

7 Concordantie

7.1 Concordantietabel

De concordantietabel geeft duidelijk aan welke leerplandoelen de doelen vanuit regelgeving Wiskunde in functie van wetenschappen (D) en Differentiële doelen gevorderde wiskunde (DD) realiseren.

Leerplandoel	Doelen vanuit regelgeving
1+	-
2+	-
3	D27
4	D18
5	D17
6	D24
7	D7
8	D4
9	D4
10	D5
11	D8
12	D9
13	D10
14	D6
15	D6
16	D11
17	D6
18	D12
19	D13; DD10
20	D14; DD11
21	D15
22	D16; DD13
23	D1
24	D2
25	D3
26	D19

27	D20
28	D21
29	D22
30	D23; DD15
31	D26
32	D25; DD23
K1	DD25
K2	DD14
K3	DD16
K4	DD17
K5	DD18
K6	DD20
K7	DD17
K8	DD19
K9	DD20
K10	DD3
K11	DD5
K12	DD2
K13	DD5
K14	DD4
K15	DD5
K16	DD8
K17	DD9
K18	DD10
K19	DD11
K20	DD12
K21	DD13
K22	DD1
K23	DD15
K24	DD24
K25	DD6

K26	DD7
K27	DD21
K28	DD22
K29	DD23

7.2 Doelen vanuit regelgeving: wiskunde in functie van wetenschappen

D1 De leerlingen voeren bewerkingen uit met matrices: optelling, scalaire vermenigvuldiging, matrixvermenigvuldiging, machtsverheffing en transpositie.

D2 De leerlingen gebruiken matrixmodellen om evoluties te beschrijven.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Matrixvoorstelling van een graaf

D3 De leerlingen lossen stelsels van eerstegraadsvergelijkingen op met behulp van de methode van Gauss-Jordan.

D4 De leerlingen bepalen het voorschrift of de grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere representatie gegeven is.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Voorschrift $f(x)=a(x-p)^2+q$
- Voorschrift $f(x)=ax^2+bx+c$

D5 De leerlingen analyseren kenmerken van tweedegraadsfuncties: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extremum, toenemende/afnemende stijging/daling en symmetrie ten opzichte van een verticale rechte.

D6 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek van een functie en haar kenmerken.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Veeltermfuncties, (elementaire) rationale functies, (elementaire) irrationale functies, logaritmische functies $f(x)=\log_a(x)$, goniometrische functie $f(x)=\cos x$
- Domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen/constant, extrema, constante/toenemende/afnemende stijging/daling, periode, amplitude, asymptotisch gedrag, gedrag op oneindig

D7 De leerlingen lossen vergelijkingen en ongelijkheden grafisch op.

D8 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende in de verzameling van de reële getallen algebraïsch op.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Ontbinding in factoren
- Discriminant

D9 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden in één onbekende algebraïsch op.

D10 De leerlingen lossen exponentiële vergelijkingen van de vorm b.ax=c algebraïsch op.

D11 De leerlingen lossen goniometrische vergelijkingen van de vorm $\sin(ax+b)=c$ algebraïsch op.

D12 De leerlingen berekenen de afgeleide functie van functies die zijn opgebouwd uit veeltermfuncties, rationale functies, exponentiële functies, logaritmische functies en goniometrische functies.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Rekenregels: afgeleide van een som, product, quotiënt van functies en afgeleide van een samengestelde functie (kettingregel)

D13 De leerlingen analyseren het verloop van functies met behulp van de eerste en tweede afgeleide functie en lossen extremumproblemen op.

D14 De leerlingen interpreteren een bepaalde integraal als de limiet van een som en als een georiënteerde oppervlakte.

D15 De leerlingen leggen het verband tussen bepaalde integralen en primitieve functies.

D16 De leerlingen berekenen bepaalde en onbepaalde integralen van functies.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Integratiemethoden: onmiddellijke integratie, integratie door splitsing, integratie door eenvoudige substitutie

D17 De leerlingen gebruiken de sinus- en cosinusregel om meetkundige problemen op te lossen.

D18 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Formules: verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken

D19 De leerlingen stellen complexe getallen voor in het vlak.

D20 De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling.

D21 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één onbekende op in de verzameling van de complexe getallen.

D22 De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd.

D23 De leerlingen voeren de vermenigvuldiging van complexe getallen in goniometrische vorm uit.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Goniometrische formules: somformules

D24 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Bewerkingen: optelling en vermenigvuldiging met een getal
- Norm van een vector en ontbinding van een vector in zijn componenten

D25 De leerlingen leggen in betekenisvolle situaties de betekenis uit van nulhypothese, alternatieve hypothese, significantieniveau en p-waarde.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Steekproevenverdeling

D26 De leerlingen analyseren het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Trendlijn
- Correlatiecoëfficiënt

D27 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Bewijsvoering

7.3 Doelen vanuit regelgeving: differentiële doelen gevorderde wiskunde

DD1 De leerlingen berekenen de rang van matrices, de inverse matrix van inverteerbare matrices en de determinant van vierkante matrices.

DD2 De leerlingen leggen het verband tussen de grafiek van een functie en haar kenmerken.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Goniometrische functie f(x)=tan x
- Symmetrie

DD3 De leerlingen leggen grafisch het verband tussen inverteerbare functies en hun inverse.

DD4 De leerlingen analyseren deelbaarheid bij veeltermen met reële coëfficiënten in één variabele.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Euclidische deling, reststelling

DD5 De leerlingen lossen eenvoudige veeltermvergelijkingen, rationale vergelijkingen, irrationale vergelijkingen, exponentiële vergelijkingen, logaritmische vergelijkingen en goniometrische vergelijkingen algebraïsch op.

DD6 De leerlingen definiëren het limietbegrip op een formele manier.

DD7 De leerlingen bepalen limieten van rijen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Convergentie

DD8 De leerlingen bepalen grafisch en algebraïsch limieten van functies en analyseren het asymptotisch gedrag.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Continuïteit

DD9 De leerlingen berekenen de afgeleide functie van irrationale functies.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Afleidbaarheid

DD10 De leerlingen analyseren het verloop van functies met behulp van de eerste en tweede afgeleide functie en lossen extremumproblemen op.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Stelling van Rolle, middelwaardestelling van Lagrange

DD11 De leerlingen interpreteren een bepaalde integraal als de limiet van een som en als een georiënteerde oppervlakte.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Booglengte van een kromme
- Volume van een omwentelingslichaam

DD12 De leerlingen leggen het verband tussen bepaalde integralen en primitieve functies door middel van de hoofdstelling van de integraalrekening.

DD13 De leerlingen berekenen bepaalde en onbepaalde integralen van functies.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Partiële integratie

DD14 De leerlingen gebruiken goniometrische formules om uitdrukkingen te vereenvoudigen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Formules: som- en verschilformules, verdubbelingsformules

DD15 De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen in goniometrische vorm: vermenigvuldiging, deling, machtsverheffing en n-de machtsworteltrekking.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Formule van de Moivre

DD16 De leerlingen rekenen met vectoren in het vlak en in de ruimte.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Bewerkingen: inproduct

DD17 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten in het vlak en van rechten en vlakken in de ruimte op.

DD18 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten in het vlak met behulp van vergelijkingen.

DD19 De leerlingen bepalen de onderlinge ligging van twee rechten, van een rechte en een vlak en van twee vlakken in de ruimte met behulp van vergelijkingen.

DD20 De leerlingen berekenen afstanden en hoeken in het vlak en in de ruimte.

DD21 De leerlingen lossen telproblemen op met en zonder herhaling en waarbij de volgorde al dan niet van belang is.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Binomium van Newton
- Driehoek van Pascal

DD22 De leerlingen berekenen en interpreteren kansen met behulp van de binomiale verdeling.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Verwachtingswaarde, standaardafwijking

DD23 De leerlingen toetsen hypothesen.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Nulhypothese, alternatieve hypothese, p-waarde, significantieniveau, steekproevenverdeling

DD24 De leerlingen analyseren verzamelingen voorzien van één of meerdere bewerkingen aan de hand van een algebraïsche structuur.

DD25 De leerlingen bewijzen wiskundige uitspraken.

Onderliggende (kennis)elementen:

- Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs door volledige inductie, ontkrachting door tegenvoorbeeld
- Kwantoren

Inhoud