

**Wiskunde C**  
2de graad D-finaliteit  
II-WisS-d

BRUSSEL

D/2021/13.758/045



## Disclaimer

Gezien de te grote omvang en gedetailleerdheid van het geheel van de basisvorming en de specifieke vorming zoals bepaald door de Vlaamse regering (eindtermen, specifieke eindtermen, beroepskwalificaties) zal er, in tegenstelling tot het oorspronkelijke opzet van onze leerplannen, veelal onvoldoende ruimte zijn om de leerplandoelen in dit leerplan met voldoende diepgang te realiseren binnen de beschikbare onderwijstijd of voor het schoolbestuur, het lerarenteam of de individuele leraar om eigen inhoudelijke of didactische keuzes te maken.

De leerplannen 2de graad zijn opgesteld onder voorbehoud van de uitspraak van het Grondwettelijk Hof met betrekking tot het verzoekschrift waarmee de schorsing en de vernietiging van dat decreet wordt gevraagd.

Naargelang de samenstelling van de studierichting waarvoor een leerplan geldt, integreren de leerplandoelen eindtermen basisvorming, cesuurdoelen en/of doelen die leiden naar een beroepskwalificatie. In de concordantietabel geven we duidelijk aan welke leerplandoelen de eindtermen basisvorming, de cesuurdoelen en/of de doelen die leiden naar een beroepskwalificatie realiseren. De opgenomen cesuurdoelen en de doelen die leiden naar een beroepskwalificatie werden in overleg met de onderwijsverstrekkers vastgelegd en zijn onder voorbehoud van de goedkeuring van de curriculumdossiers 2de graad.



# 1 Algemene inleiding

De start van de modernisering secundair onderwijs gaat gepaard met een nieuwe generatie leerplannen. Net zoals in de eerste graad zijn de nieuwe leerplannen van de tweede graad ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialoogschool en gaan ze uit van de professionaliteit van de leraar en het eigenaarschap van de school en het lerarenteam.

## 1.1 Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten

De nieuwe leerplannen vertrekken vanuit het **vormingsconcept** van de katholieke dialoogschool en laten toe om optimaal aan te sluiten bij het pedagogisch project van de school en de beleidsbeslissingen die de school neemt vanuit haar eigen visie op onderwijs (taalbeleid, evaluatiebeleid, zorgbeleid, ICT-beleid, kwaliteitsontwikkeling, keuze voor vakken en lesuren ...).

De nieuwe leerplannen ondersteunen **kwaliteitsontwikkeling**: het leerplanconcept spoort met kwaliteitsverwachtingen van het Referentiekader onderwijskwaliteit (ROK). Kwaliteitsontwikkeling volgt dan als vanzelfsprekend uit keuzes die de school maakt bij de implementatie van leerplannen.

De nieuwe leerplannen faciliteren een **gerichte studiekeuze** na de tweede graad. Het proces van de studiekeuze eindigt immers niet na de eerste graad. In de tweede graad onderzoeken leerlingen meer gericht waar hun capaciteiten liggen en wat hun talenten zijn. Leerplannen zijn daarbij een belangrijk hulpmiddel. Doelen sluiten aan bij de verwachte competenties van leerlingen die voor een bepaalde studierichting kiezen. De feedback en evaluatie bij de realisatie ervan beïnvloeden op een positieve manier hun keuze voor een meer geprofileerde studierichting in de derde graad.

De nieuwe leerplannen gaan uit van de **professionaliteit** van de leraar en het **eigenaarschap** van de school en het lerarenteam. Ze bieden pedagogisch-didactisch voldoende ruimte voor een eigen aanpak van de leraar, het lerarenteam of de school [\[zie disclaimer\]](#).

De nieuwe leerplannen borgen de **samenhang** in de vorming van de tweede graad. Leerplannen zorgen voor een samenhangend fundament van vorming voor alle leerlingen binnen een finaliteit en een studierichting. Ze vertrekken vanuit een gemeenschappelijk referentiekader en hanteren een gelijkgerichte terminologie met respect voor de eigenheid van elk vak. De samenhang in de tweede graad betreft zowel de verticale samenhang (de plaats van het leerplan in de opbouw van het curriculum) als de horizontale samenhang binnen studierichtingen en over studierichtingen en finaliteiten. Waar relevant geven de leerplannen expliciet aan met welke doelen van andere leerplannen in de school verdere afstemming mogelijk is. Op die manier faciliteren en stimuleren de leerplannen leraren om over de vakken heen samen te werken en van elkaar te leren, leraren basisvorming (incl. godsdienstleraren) en leraren specifieke vorming. Een verwijzing van een vakleeraar naar de lessen van een collega laat de leerlingen niet alleen aanvoelen dat de verschillende vakken onderling samenhangen en dat ze over dezelfde werkelijkheid gaan, maar versterkt ook de mogelijkheden tot transfer.

In wat volgt gaan we dieper in op een aantal uitgangspunten.

## 1.2 De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs

De leerplannen vertrekken vanuit een gedeelde inspiratie die door middel van een vormingscirkel voorgesteld wordt. We 'lezen' de cirkel van buiten naar binnen.

- Een lerarenteam werkt in een katholieke dialoogschool die onderwijs verstrekt vanuit een **specifieke traditie**. Vanuit het eigen pedagogisch project kiezen leraren voor wat voor hen en hun school goed onderwijs is.
- Ze wijzen leerlingen daarbij de weg en gebruiken daarvoor **wegwijzers**. Die zijn een inspiratiebron voor hen en hun collega's en zorgen voor een Bijbelse 'drive' in hun onderwijs.
- De kwetsbaarheid van leerlingen ernstig nemen betekent dat elke leerling **beloftevol** is en alle leeransen verdient. Die leerling is **uniek als persoon** maar ook **verbonden** met de klas, de leraar, de school en de bredere samenleving.



Scholen zijn daarbij **gastvrije plaatsen** waar leerlingen en leraren elkaar ontmoeten in diverse contexten. De leraar vormt zijn leerlingen vanuit een **genereuze** attitude, hij geeft om zijn leerlingen en hij houdt van zijn vak. Hij durft af en toe de gebaande paden verlaten en stimuleert de **verbeelding en creativiteit** van leerlingen. Zo zaait hij door zijn onderwijs de kiemen van een hoopvolle, **meer duurzame en meer rechtvaardige wereld**.

- Leraren vormen leerlingen door middel van inhouden van vorming, die we groeperen in **vormingscomponenten**: levensbeschouwelijke vorming, culturele vorming, economische vorming, lichamelijke vorming, maatschappelijke vorming, natuurwetenschappelijke en technische vorming, sociale vorming, talige vorming en wiskundige vorming. De aaneengesloten cirkel van vormingscomponenten wijst erop dat vorming een geheel is en zich niet in schijfjes laat verdelen. Je kan onmogelijk over culturele vorming spreken zonder met taal bezig te zijn; je kan niet beweren dat wetenschap en techniek geen band hebben met economie, wiskunde of geschiedenis. Dwarsverbindingen doorheen de vakken zijn daarbij belangrijk. De vormingscirkel vormt dan ook een dynamisch geheel van elkaar voortdurend beïnvloedende en versterkende componenten.
- Een leraar vormt leerlingen als **individuele leraar** maar werkt ook binnen **lerarenteams** en binnen een **beleid van de school**. De gemeenschappelijke leerplannen (Gemeenschappelijk funderend leerplan en Gemeenschappelijk leerplan ICT) helpen daartoe. Ze worden gestuurd door keuzes die een school (schoolbestuur, beleidsteam, lerarenteam) maakt. Het Gemeenschappelijk funderend leerplan zorgt voor het fundament van heel de vorming dat gerealiseerd wordt in vakken, in projecten, in schoolbrede initiatieven of in een specifieke schoolcultuur.
- De uiteindelijke bedoeling is om **alle leerlingen** kwaliteitsvol te vormen. Die leerlingen zijn dan ook het hart van de vormingscirkel, zij zijn het op wie we inzetten. Zij dragen onze hoop mee: de nieuwe generatie die een meer duurzame en meer rechtvaardige wereld zal creëren.

### 1.3 Ruimte voor leraren(teams) en scholen

[zie disclaimer]

De vrijheid die de leraar krijgt om met het leerplan te werken vraagt van hem een grote professionaliteit. Professionaliteit vergt meesterschap. De leraar is dus een meester in zijn vak; hij beheerst de inhouden die hij onderwijst. Een diep gevoel van verantwoordelijkheid en de overtuiging dat elke leerling het recht heeft om op een goede manier gevormd te worden, liggen aan de basis van zijn professioneel bezig zijn.

Vorming is voor die leraar nooit te herleiden tot een cognitieve overdracht van inhouden. Vorming is iets wat hem in die mate beroert dat hij voor iedere leerling de juiste woorden en gebaren zoekt om de wereld te ontsluiten. Hij wil de leerling tot bij de wereld brengen. De leraar introduceert leerlingen in de wereld waarvan hij houdt en hij probeert hen ook vriend van die wereld te laten worden. Een leraar zorgt er bijvoorbeeld voor dat leerlingen gegrepen kunnen worden door de cultuur van het Frans of door het ambacht van een metselaar. Hij initieert leerlingen in een wereld en probeert hen zover te brengen dat ze er hun eigen weg in kunnen vinden.

We hebben de leerplandoelen noch chronologisch noch hiërarchisch geordend. Vanuit het pedagogisch project van de school, vanuit zijn passie, expertise en creativiteit, in functie (van de beginsituatie) van de klasgroep kan de leraar eigen accenten leggen en differentiëren. Hij kan kiezen welke leerplandoelen hij op welke manier samenneemt bij het uitwerken van lessen, thema's of projecten.

In het leerplan leggen we geen didactische werkvormen vast. Ter ondersteuning van leraren(teams) geven we voor bepaalde leerplanonderdelen een indicatie van de nodige onderwijstijd. Dat betekent dat leraren(teams) alle vrijheid hebben om langere leerlijnen op te bouwen en in te zetten op de spiraalsgewijze aanpak van bepaalde inhoudelijke leerplandoelen. Leraren bepalen zelf welke contexten ze laten spelen, welke methodieken ze hanteren.

## 1.4 Differentiatie

De nieuwe leerplannen bieden volop kansen om gedifferentieerd te werken. Ze laten toe om te differentiëren op verschillende manieren

- verschillende inhoudelijke keuzes;
- doelen integreren;
- inhouden verbreden door andere contexten aan bod te laten komen;
- verdieping aanbieden;
- in te spelen op verschillen in het abstractievermogen van leerlingen.

Differentiëren is van belang in alle leerlingengroepen. Leerlingen die starten in een studierichting van de tweede graad en voor wie dit leerplan bestemd is, behoren immers wel tot de doelgroep, maar bevinden zich niet noodzakelijk in dezelfde beginsituatie. Dikwijls hebben zij reeds een niet te onderschatten – maar soms sterk verschillende – bagage mee vanuit de eerste graad, de gevolgde basisoptie, de thuissituatie en vormen van informeel leren. Het is belangrijk om zicht te krijgen op die aanwezige kennis en vaardigheden en vanuit dat gegeven, soms gedifferentieerd, verder te bouwen.

Ook de motivatie van leerlingen is soms sterk verschillend. Sommige leerlingen denken meer conceptueel en abstract. Andere leerlingen komen vanuit een meer concrete benadering sneller tot inzichtelijk denken. Een context is betekenisvol voor een leerlingengroep, een andere context voor een andere.

Daarnaast bieden leerplannen kansen om de complexiteit van leerinhouden aan te passen. Dat kan door een complexere situatie te schetsen, een minder ingewikkelde bewerking of handeling voor te stellen, of door het aanbieden van meer kennis of vaardigheden leerlingen uit te dagen.

Verschiede leerinhouden aanbieden aan verschillende leerlingen is één vorm van differentiatie. Andere mogelijkheden zijn differentiëren in didactiek, in graad van autonomie en ondersteuning. De ene leerling kan snel zelfstandig werken, de andere heeft intense begeleiding nodig. In de wenken bij de leerplandoelen verwijzen we naar mogelijkheden tot differentiëren. Dat kan door al dan niet ondersteuning of hulpmiddelen aan te bieden in de vorm van voorbeelden, schrijfkaders, stappenplannen ...

Didactische differentiatie kan ook betrekking hebben op het flexibel aanwenden van de beschikbare leertijd, zoals variëren in tempo van onderwijzen en in leertempo van leerlingen, de ene leerling of

leerlingengroep wat meer tijd geven dan de andere om hetzelfde te leren.

Differentiatie kan ook door leerlingen naar verschillende producten te laten toewerken die dan naar gedifferentieerde vormen van evaluatie leiden.

## 1.5 Opbouw van de leerplannen

Elk leerplan is opgebouwd volgens een vaste structuur: algemene inleiding, situering, pedagogisch-didactische duiding, leerplandoelen, basisuitrusting, concordantie. Alle onderdelen van het leerplan maken inherent deel uit van het leerplan. Schoolbesturen van Katholiek Onderwijs Vlaanderen die de leerplannen gebruiken, verbinden zich tot de realisatie van het gehele leerplan.

In de **algemene inleiding** belichten we het nieuwe leerplanconcept dat Katholiek Onderwijs Vlaanderen heeft gehanteerd en gaan we o.m. dieper in op de visie op vorming, de ruimte voor leraren(teams) en scholen en de mogelijkheden tot differentiatie.

In de **situering** beschrijven we - waar relevant - de samenhang met de eerste graad, de samenhang in de tweede graad en de plaats in de lessentabel.

In de **pedagogisch-didactische duiding** komen de inbedding in het vormingsconcept, de krachtlijnen, de opbouw, de leerlijnen, de aandachtspunten met o.m. de nieuwe accenten van het leerplan aan bod.

De **leerplandoelen** zijn sober en helder geformuleerd waarbij het leerplandoel als geheel het verwachte niveau van realisatie en beheersing aangeeft. Waar relevant voegen we bij de leerplandoelen een opsomming of een afbakening (★) toe die duidelijk aangeeft wat bij de realisatie van het leerplandoel aan bod moet komen. Ook de pop-ups bevatten informatie die noodzakelijk is bij de realisatie van het leerplandoel.

Alle leerplandoelen zijn te bereiken, met uitzondering van attitudes. Leerplandoelen die een **attitude** zijn en dus na te streven, duiden we aan met een sterretje (\*).

We tonen de **samenhang** met andere leerplannen in de **tweede graad**. Zo geven we het overleg in lerarenteams alle kansen. Waar relevant verwijzen we ook naar **samenhang met de eerste graad** en naar specifieke items die reeds in de leerplannen van de eerste graad aan bod kwamen.

Tenslotte geven we een aantal zinvolle of inspirerende **wenken** (✓). Het aantal wenken is doorgaans beperkt; het betreft voornamelijk een noodzakelijke toelichting bij leerplandoelen of specifieke begrippen, suggesties voor een mogelijke didactische aanpak of een afbakening van de leerstof.

De **basisuitrusting** geeft aan welke materiële uitrusting vereist is om de leerplandoelen te kunnen realiseren.

In de **concordantie** geven we aan welke leerplandoelen gerelateerd zijn aan bepaalde eindtermen, cesuurdoelen of doelen die leiden naar beroepskwalificaties.

Samenvattend [\[zie disclaimer\]](#)

De nieuwe leerplannen geven richting en laten ruimte. Ze faciliteren de inhoudelijke dynamiek en de continuïteit in een school en lerarenteam. Ze vormen een kwaliteitskader dat inzet op een eigen visie en een identiteitskader dat de unieke identiteit van een school in de diverse samenleving versterkt en ondersteunt. Zo garanderen we binnen het kader dat door de Vlaamse regering werd vastgelegd voldoende vrijheid voor schoolbesturen om het eigen pedagogisch project vorm te geven vanuit de eigen schoolcontext. We versterken het eigenaarschap van scholen die d.m.v. eigen beleidskeuzes de vorming van leerlingen gestalte geven. We creëren ook ruimte voor het vakinhoudelijk en pedagogisch-didactisch meesterschap van de leraar, maar bieden – via pedagogische begeleiding – ondersteuning waar nodig.

## 2 Situering

### 2.1 Samenhang met de eerste graad

Het leerplan bouwt verder op de inhoud van het leerplan Wiskunde van de 1<sup>ste</sup> graad A-stroom.

### 2.2 Samenhang in de tweede graad

#### 2.2.1 Samenhang met andere leerplannen wiskunde binnen de finaliteit

Er zijn vijf verschillende leerplannen wiskunde voor de studierichtingen van de D-finaliteit. In de onderstaande tabel wordt aangegeven voor welke studierichtingen de leerplannen gelden.

<b>Leerplan C</b> <i>Economische wetenschappen</i> <i>Grieks-Latijn</i> <i>Latijn</i> <i>Natuurwetenschappen</i> <i>Technologische wetenschappen</i>	<b>Leerplan VB</b> <i>Bedrijfswetenschappen</i> <i>Biotechnische wetenschappen</i> <i>Bouwwetenschappen</i> <i>Freinetpedagogie</i> <i>Moderne talen</i> <i>Sportwetenschappen</i> <i>Topsport-Economie</i> <i>Topsport-Natuurwetenschappen</i> <i>Yeshiva</i>	<b>Leerplan B</b> <i>Dans</i> <i>Humane wetenschappen</i> <i>Maatschappij- en welzijnswetenschappen</i> <i>Muziek</i> <i>Woordkunst-drama</i>
	<b>Leerplan VB+C'</b> <i>Architecturale en beeldende vorming</i>	<b>Leerplan B+C'</b> <i>Beeldende en audiovisuele vorming</i>

### 2.3 Plaats in de lessentabel

In de modellessentabel zijn voor dit leerplan 10 graduren voorzien voor de studierichtingen Economische wetenschappen, Latijn, Natuurwetenschappen en Technologische wetenschappen en 9 graduren voor de studierichting Grieks-Latijn. [\[zie disclaimer\]](#)

## 3 Pedagogisch-didactische duiding

### 3.1 Wiskunde en het vormingsconcept

Het leerplan is ingebed in het vormingsconcept van de katholieke dialogeschool. In dit leerplan ligt de nadruk op de **wiskundige vorming**. Leerlingen leren om wiskundig te redeneren en te communiceren en om problemen op te lossen door gebruik te maken van wiskundige concepten en procedures. Daarnaast zijn er tal van interacties met andere vormingscomponenten zoals de **natuurwetenschappelijke en technische vorming** en de **maatschappelijke vorming**. Leerlingen leren wiskunde in verschillende wetenschapsgebieden te gebruiken en het helpt hen om kritisch denkende burgers te worden in de maatschappij.



## 3.2 Krachtlijnen

### *Wiskundige begrippen, concepten, eigenschappen en methodes begrijpen en kunnen toepassen*

Leerlingen ontwikkelen inzicht in begrippen, concepten, eigenschappen en methodes op vlak van 'getallenleer', 'meetkunde', 'algebra en functieleer', 'discrete wiskunde en logica', 'data en onzekerheid' en 'computationeel denken'. De leerlingen leren ze ook in te zetten.

### *Op een logische en correcte manier wiskundig denken, redeneren, argumenteren en communiceren*

Leerlingen ontwikkelen vaardigheden voor argumentatie en wiskundige communicatie. Ze leren wiskundige uitspraken en redeneringen te beargumenteren en de waarheidswaarde van logische uitspraken te bepalen via waarheidstabellen.

### *Wiskundig modelleren en probleemoplossend denken*

Leerlingen leren gebruik te maken van wiskundige modellen zoals 2D-voorstellingen, vectoren, formules, verbanden, functies, grafen, tabellen, grafieken en diagrammen. Ze lossen ook problemen op in een brede waaier aan contexten en maken hierbij gebruik van grootheden en eenheden.

### *Samenhang binnen wiskunde ontdekken en interacties tussen wiskunde en andere domeinen onderzoeken*

Aan de hand van diverse contexten en voorbeelden van wiskundige toepassingen in verschillende domeinen krijgen leerlingen meer inzicht in wisselwerkingen. Ze ontdekken ook de samenhang binnen de wiskunde zelf en interpreteren wiskundige informatie uit de maatschappij op een kritische manier.

## 3.3 Opbouw

### Overzicht van de rubrieken en deelrubrieken bij de leerplandoelen

- Problemen oplossen
- Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren
- Getallenleer
  - Reële getallen
  - Complexe getallen
- Meetkunde
  - Gelijkvormigheid en de stelling van Thales
  - De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken
  - Vectoren
  - Merkwaardige lijnen in driehoeken
  - Ruimte meetkunde
  - Goniometrie
  - Analytische meetkunde in het vlak
- Algebra en functieleer
  - Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules
  - Inleiding tot reële functies

- Eerstegraadsfuncties
- Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen
- Functies met voorschrift  $f(x) = c/x$
- Tweedegraadsfuncties
- Discrete wiskunde en logica
  - Telproblemen
  - Waarheidstabellen
  - Grafen
- Data en onzekerheid
  - Beschrijvende statistiek
  - Spreidingsdiagrammen
- Computationeel denken

## 3.4 Leerlijnen

### 3.4.1 Samenhang met de eerste graad

In het vak Wiskunde van de 1<sup>ste</sup> graad A-stroom werken de leerlingen aan wiskundige vaardigheden zoals problemen oplossen, een wiskundige argumentatie of redenering geven, wiskundig communiceren en hulpmiddelen inzetten. In de onderstaande tabel wordt per inhoudelijke rubriek van dit leerplan de beginsituatie beschreven.

Getallenleer	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordenen en omzetten van rationale getallen</li> <li>• Bewerkingen met rationale getallen: hoofdbewerkingen, machten met gehele exponenten en bijbehorende rekenregels</li> <li>• Vierkantwortels van volkomen kwadraten van natuurlijke getallen</li> <li>• Benaderingstechnieken gebruiken</li> </ul>
Meetkunde	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Meetkundige objecten in het vlak onderscheiden, driehoeken en vierhoeken classificeren en grafisch voorstellen</li> <li>• Evenwijdige, snijdende, loodrechte en kruisende rechten</li> <li>• Eigenschappen in het vlak onderzoeken (o.a. eigenschappen van driehoeken en vierhoeken, basiseigenschappen van bissectrice en middelloodlijn)</li> <li>• Transformaties van het vlak en verband met congruentie en symmetrie (+ begrip vector)</li> <li>• Congruentiekenmerken van driehoeken</li> <li>• Ruimtefiguren onderscheiden vanuit 2D-voorstellingen en symmetrie herkennen</li> <li>• Omtrek, oppervlakte en volume van meetkundige figuren</li> </ul>
Algebra en functieleer	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Coördinaten in het vlak</li> <li>• Gebruik van letters: getalwaarde bepalen, formules opstellen bij patronen, rekenen met lettervormen</li> <li>• Eerstegraadsvergelijkingen oplossen in de rationale getallen</li> <li>• Recht en omgekeerd evenredige grootheden en evenredigheidsfactor</li> </ul>
Discrete wiskunde en logica	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Operaties met twee verzamelingen uitvoeren</li> <li>• Verbanden tussen twee beweringen leggen</li> </ul>
Data en onzekerheid	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Onderscheiden van soorten data en verzamelen van data</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>Voorstellingswijzen van gegevens maken via ICT en interpreteren</li> <li>Rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus en variatiebreedte bepalen en interpreteren</li> </ul>
Computationeel denken	<ul style="list-style-type: none"> <li>Algoritme genereren en implementeren (<i>GLlab9</i>)</li> </ul>

### 3.4.2 Samenhang in de tweede graad

#### Verschillende leerplannen wiskunde voor de tweede graad D-finaliteit

Tabel met inhoudelijke verschillen tussen de verschillende leerplannen:

Leerplan C	Leerplan VB	Leerplan B
<i>Economische wetenschappen</i> <i>Grieks-Latijn</i> <i>Latijn</i> <i>Natuurwetenschappen</i> <i>Technologische wetenschappen</i>	<i>Architecturale en beeldende vorming (♣)</i> <i>Bedrijfswetenschappen</i> <i>Biotechnische wetenschappen</i> <i>Bouwwetenschappen</i> <i>Freinetpedagogie</i> <i>Moderne talen</i> <i>Sportwetenschappen</i> <i>Topsport-Economie</i> <i>Topsport-Natuurwetenschappen</i> <i>Yeshiva</i>	<i>Beeldende en audiovisuele vorming (♣)</i> <i>Dans</i> <i>Humane wetenschappen</i> <i>Maatschappij- en welzijnswetenschappen</i> <i>Muziek</i> <i>Woordkunst-drama</i>
Wiskundig redeneren met extra aandacht voor bewijsvoering	Wiskundig redeneren	Wiskundig redeneren
Complexe getallen	/	/
Vectoren: grafisch en via berekening	Vectoren: grafisch en via berekening	Vectoren: tekenen van som en vermenigvuldiging
Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoek, verwante hoeken, sinus- en cosinusregel en som- en verschilformules	Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoek en verwante hoeken	Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoek
Analytische meetkunde in vlak: onderlinge ligging, afstanden en hoeken	/	/
Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: grafisch en algebraïsch	Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: enkel grafisch	Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: enkel grafisch

De twee richtingen met aanduiding (♣) krijgen bovendien een extra pakket ruimtemeetkunde. De richting Architecturale en Beeldende Vorming volgt het leerplan VB+C' en de richting Beeldende en Audiovisuele Vorming het leerplan B+C'.

#### Inhoudelijke samenhang met andere leerplannen/vakken

Er zijn verschillende linken met leerplannen met natuurwetenschappelijke inhouden. Op methodisch vlak worden er onder meer problemen opgelost, modellen gebruikt en ontwikkeld, met eenheden en grootheden gewerkt en interacties geduid tussen STEM-disciplines en de maatschappij. Bepaalde wiskundige concepten en procedures worden toegepast. Het gaat hierbij bijvoorbeeld over het vectormodel gebruiken (om vectoriële grootheden zoals krachten te beschrijven), vergelijkingen oplossen, formules omvormen, functies gebruiken (om een rechte lijnige beweging te beschrijven) en verbanden onderzoeken (bv. massadichtheid, druk, wet van Ohm). Niet alle studierichtingen die gebruik maken van dit leerplan Wiskunde volgen dezelfde leerplannen met natuurwetenschappelijke inhouden. Soms vind je dus in het deel 'samenhang met de 2de graad' bij een bepaald leerplandoel verwijzingen naar verschillende

leerplannen waarin de relatie tot uiting komt. In onderstaande tabel kan je de leerplancodes terugvinden die van toepassing zijn voor jouw leerlingen.

Betrokken studierichtingen van leerplan Wiskunde C	Leerplannen met natuurwetenschappelijke inhouden
<i>Economische wetenschappen</i>	II-Nat-d
<i>Grieks-Latijn</i>	II-NatVB-d
<i>Latijn</i>	II-NatVB-d
<i>Natuurwetenschappen</i>	II-NatS-d
<i>Technologische wetenschappen</i>	II-Bio-d (biologie); II-TeWe-d (chemie, fysica)

In het leerplan Aardrijkskunde worden geografische hulpbronnen gebruikt die statistisch van aard zijn (bv. leeftijdshistogram en klimatogram). Zulke grafische voorstellingen komen aan bod in de rubriek Data & Onzekerheid van dit leerplan. Deze rubriek vertoont bovendien samenhang met doelen over informatieverwerking en -verwerking in het Gemeenschappelijk funderend leerplan.

De rubriek Computacioneel denken in dit leerplan vertoont samenhang met het doel over bouwstenen van digitale systemen in het Gemeenschappelijk leerplan ICT.

### 3.5 Aandachtspunten

#### Nieuwe accenten in het leerplan

- Complexe getallen: rekenen met cartesische en goniometrische vorm en oplossen van tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten
- Vectoren: grafisch en rekenen met coördinaten
- Goniometrie: som- en verschilformules
- Analytische meetkunde in vlak: vectoriële vergelijking en parametervergelijkingen van rechte
- Differentiequotient en functiekenmerk toenemende/afnemende/constante stijging/daling
- Grafen gebruiken om problemen op te lossen
- Logica: waarheidstabellen
- Spreidingsdiagrammen gebruiken om verbanden te onderzoeken
- Computacioneel denken: algoritme ontwerpen

#### Gebruik van contexten

In onderstaande tabel wordt aangegeven of de leerplandoelen al dan niet met context moeten worden gerealiseerd.

Gebruik van contexten	Leerplandoelen
Met context	2, 54, 55, 56, 57, 58, 59
Met of zonder context (keuze van leerkracht)	3, 4, 9, 10, 11, 25, 26, 27, 28, 44, 60
Met en zonder context	Alle andere leerplandoelen

Werken met contexten kan leerlingen motiveren en maakt duidelijk dat wiskunde aangewend kan worden in meerdere contexten (leefwereld, maatschappelijk, wetenschappelijk, professioneel). Hierdoor kan een positievere attitude tegenover wiskunde ontstaan. Contexten kunnen bijkomende aandacht vragen: het mathematiseren van de opgave en het demathematiseren van het resultaat. Bij contextvragen spelen ook niet-wiskundige factoren zoals taal een grotere rol dan bij kale opgaven. Kale opgaven en contextopgaven meten niet noodzakelijk altijd dezelfde wiskundige vaardigheden.

Wiskunde leren met en zonder contexten is belangrijk om kennis en vaardigheden te transfereren naar gelijkaardige en naar nieuwe situaties. Daarbij is het ook belangrijk om te variëren in contexten.

## Gebruik van ICT

In de formulering of afbakening van bepaalde leerplandoelen wordt aangegeven of ICT mag/moet worden ingezet bij de realisatie van het doel. Met de formulering 'met functioneel gebruik van ICT' wordt bedoeld dat ICT mag worden ingezet als dat waardevol is.

Gebruik van ICT	Leerplandoelen
Met ICT (al dan niet gedeeltelijk)	7, 8, 13, 37, 39, 41, 43, 44, 45, 49, 56, 57, 59, 60
Met functioneel gebruik van ICT	10, 11, 20

Het gebruik van ICT hoeft niet beperkt te worden tot deze doelen: ICT kan breed ingezet worden, zowel door de leerling als de leerkracht. Zo kan ICT o.m. ingezet worden om routinematige handelingen over te nemen, eigenschappen te onderzoeken, grafische voorstellingen te maken, begripsontwikkeling te ondersteunen, bepaalde vaardigheden in te oefenen, informatie te verwerven/verwerken en gerichte feedback aan te reiken. Indien goed geïntegreerd in de lespraktijk kan ICT een positieve invloed hebben op de ontwikkeling van rekenvaardigheden en het probleemoplossend denken. Aandacht voor een doelgericht en selectief gebruik van ICT, zowel door leerlingen als de leerkracht, is vereist. Bovendien is het aangewezen om de mogelijkheden en beperkingen van een bepaald ICT-hulpmiddel te duiden.

## Richtlijnen voor het aantal lestijden per rubriek [\[zie disclaimer\]](#)

Rubriek van het leerplan	Indicatie voor aantal lestijden
Getallenleer	ca. 30
Meetkunde	ca. 75
Algebra en functieleer	ca. 85
Discrete wiskunde en logica	ca. 20
Data en onzekerheid	ca. 15
Computationeel denken	ca. 10
<i>Totaal</i>	<i>ca. 235</i>

Voor de rubrieken 'Problemen oplossen en interacties met andere domeinen' en 'Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren' worden er in bovenstaande tabel geen apart aantal lestijden opgenomen, omdat deze in samenhang moeten worden gezien met de inhoudelijke rubrieken.

## 4 Leerplandoelen

### 4.1 Problemen oplossen

Het is niet de bedoeling om deze rubriek als een apart gegeven te benaderen: de leraar heeft de vrijheid en verantwoordelijkheid om onderstaande doelen breed en strategisch in te zetten en te combineren met doelen uit de inhoudelijke rubrieken.

#### LPD 1 De leerlingen lossen problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

- ★ Een variabele invoeren en wiskundige modellen opstellen

Op een gepaste manier meetwaarden, grootheden en eenheden gebruiken

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD S4, S6, S7; II-NatVB-d LPD S4, S6, S7; II-NatS-d LPD S4, S8, S9; II-TeWe-d LPD 4, 7, 8

#### Samenhang eerste graad: WISa1, WISa2

- ✓ Je kan vraagstukken laten oplossen. Bij vraagstukken is de oplossingsmethode vaak aansluitend bij de pas geziene leerstof, terwijl bij problemen oplossen heuristische en een oplossingsmethode gekozen moeten worden.
- ✓ Je kan het problemen oplossen best integreren in het normale lesgebeuren en gespreid doorheen het schooljaar laten terugkomen. De leerlingen zullen deze vaardigheid maar verwerven doorheen een actief leerproces.
- ✓ Heuristische methoden worden veelvuldig gebruikt bij het oplossen van problemen. Belangrijk is ze bewust te laten ervaren en te expliciteren op het ogenblik dat ze spontaan gebruikt worden. Voorbeelden van heuristieken die aan bod kunnen komen: het gegeven en gevraagde expliciteren, het probleem herformuleren of opdelen in deelproblemen, een schets of tekening maken, bijzondere gevallen onderzoeken, tijdelijk één van de voorwaarden laten vallen, van achter naar voor werken, alle mogelijkheden opschrijven en dan elimineren ...
- ✓ Voorbeelden van wiskundige modellen: grafieken, tabellen, schetsen, tekeningen, formules, verbanden, functies, grafen ...
- ✓ Je kan de leerlingen hulpmiddelen (bv. formularium, vademecum ...) en meetinstrumenten laten gebruiken.

#### LPD 2 De leerlingen onderzoeken interacties tussen wiskunde en andere domeinen via wiskundige toepassingen.

Samenhang tweede graad: II-Bio-d LPD S4; II-Nat-d LPD S9; II-NatVB-d LPD S9; II-NatS-d LPD S11; II-TeWe-d LPD 10

Samenhang eerste graad: WISa10

- ✓ Voorbeelden van andere domeinen: natuurwetenschappen, economie, kunst ...
- ✓ Je kan dit doel via een (groeps)taak evalueren door leerlingen zelf een toepassing te laten zoeken.

## 4.2 Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

#### LPD 3 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en bewijzen wiskundige uitspraken:

- uitspraken illustreren met voorbeelden;
- de correctheid van wiskundige uitspraken verifiëren;
- redeneerstappen beargumenteren;
- behandelde bewijzen reconstrueren in een gewijzigde situatie.

★ Symbolen  $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists$

Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs door tegenvoorbeeld

Samenhang eerste graad: WISa3, WISa4

- ✓ Je kan deze doelstelling breder inzetten dan enkel bij het aantonen van eigenschappen. Wiskundige redeneringen of argumentaties komen bv. ook aan bod in oefeningen waarbij wiskundige eigenschappen worden toegepast.
- ✓ Je kan de leerlingen behandelde bewijzen van eigenschappen uit de andere rubrieken laten reconstrueren. Voorbeelden: irrationaliteit van  $\sqrt{2}$ , eigenschappen en rekenregels van bewerkingen, de gelijkvormigheidskennmerken van driehoeken, de stelling van Pythagoras, de stelling van Thales, goniometrische formules en verbanden, de sinus- en cosinusregel, afstandsformule van punt tot rechte, discriminantformule bij het oplossen van tweedegraadsvergelijkingen, eigenschappen van grafen ...
- ✓ Je kan behandelde bewijzen laten reconstrueren in een gewijzigde situatie zoals in een specifieke situatie of met andere symbolen.
- ✓ Je kan de leerlingen vragen om stappen of delen uit redeneringen te geven.
- ✓ De symbolen kunnen handig zijn om een uitdrukking verkort weer te geven. Het is anderzijds niet de bedoeling om hierin te overdrijven, m.a.w. geen symboliek om de symboliek. Het is niet nodig dat de leerlingen de dubbele pijl systematisch gebruiken bij het oplossen van vergelijkingen.

#### LPD 4 De leerlingen communiceren mondeling en schriftelijk over redeneringen.

##### Samenhang eerste graad: WISa7

- ✓ Dit doel met wiskundige taalvaardigheid in de focus is breed inzetbaar, bijvoorbeeld bij het onderzoeken van problemen of het beargumenteren van oplossingsmethodes. Leerlingen leren om hun gedachten op een correcte en logische manier over te brengen.
- ✓ Je kan tijdens het normale lesgebeuren de leerlingen hun redenering mondeling laten uitleggen en de leerlingen evalueren door mogelijke fouten aan te wijzen en te laten verbeteren.
- ✓ Je kan leerlingen definities van begrippen of eigenschappen laten formuleren.

## 4.3 Getallenleer

### 4.3.1 Reële getallen

#### LPD 5 De leerlingen interpreteren een reëel getal als een getal met eindig of oneindig doorlopende decimale vorm, met of zonder repeterend deel.

- ★ Uitbreiding van de rationale getallen naar de reële getallen via irrationale getallen
  - ✓ De noodzaak van de invoering van reële getallen kan worden geduid door aan te geven dat vierkantswortels van rationale getallen niet rationaal hoeven te zijn (bv.  $\sqrt{2}$ ). Een ander voorbeeld van een irrationaal getal is het getal  $\pi$ .
  - ✓ Je kan gebruik maken van de terminologie en symboliek van verzamelingenleer die de leerlingen in de eerste graad A-stroom al aangeleerd kregen (zie LPD WISa5).

## LPD 6 De leerlingen ordenen reële getallen en stellen ze voor op een getallenas.

- ★ Symbolen  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $=$

Samenhang eerste graad: WISa13

- ✓ Je kan de irrationale lengte  $\sqrt{2}$  exact construeren als de lengte van de diagonaal van een vierkant met zijde 1 (door gebruik te maken van de stelling van Pythagoras) of als de lengte van de zijde van een ingeschreven 'diagonaal' vierkant in een vierkant met zijde 2 (door gebruik te maken van de formule voor de oppervlakte van een vierkant).

## LPD 7 De leerlingen berekenen vierkantswortels en derdemachtswortels van reële getallen.

- ★ Schatten van de grootteorde zonder ICT en rationale benadering met ICT

Samenhang eerste graad: WISa19

- ✓ Je kan als instap bij het invoeren van derdemachtswortels gebruik maken van de formule van het volume van een kubus en dus voor een gegeven volume de lengte van de ribbe laten zoeken. Analoog kan je bij vierkantswortels gebruik maken van de formule van de oppervlakte van een vierkant.
- ✓ Je kan bij vierkantswortels de volgende lesopbouw gebruiken: eerst de definitie van een wortel van een reëel getal geven, dan de leerlingen laten onderzoeken hoeveel wortels een getal heeft, dan het onderscheid maken tussen de positieve en de negatieve vierkantswortels als het reëel getal positief is en tenslotte de wortelnotatie invoeren.

## LPD 8 De leerlingen rekenen met reële getallen.

- ★ Eigenschappen, teken- en rekenregels van de hoofdbewerkingen, van machten met gehele exponenten en van vierkantswortels

Volgorde van bewerkingen

Schatten van resultaat en afronden in functie van de context

Met en zonder ICT; rekenen zonder ICT is beperkt in omvang en complexiteit

Samenhang eerste graad: WISa11, WISa16, WISa17, WISa19, WISa20, WISa21

- ✓ Je kan als een toepassing van machten met gehele exponenten de wetenschappelijke schrijfwijze aan bod laten komen.
- ✓ Wat betreft vierkantswortels kan je de volgende rekenregels aan bod laten komen: vereenvoudigen van vierkantswortels, vereenvoudigen van som of verschil van gelijksoortige vierkantswortels en het product en quotiënt van vierkantswortels. Het vereenvoudigen van vierkantswortels staat i.f.v. de bewerkingen. Gekunstelde oefeningen worden best vermeden.
- ✓ Je kan de noemer van een breuk wortelvrij laten maken als deze uit één term bestaat.



### 4.3.2 Complexe getallen

#### LPD 9 De leerlingen stellen complexe getallen in cartesische en goniometrische vorm voor in het complexe vlak.

- ✓ Je kan de imaginaire eenheid  $i$  invoeren als een oplossing van de vergelijking  $x^2 = -1$ . Door de reële getallen uit te breiden met het getal  $i$  en door met die getallen te rekenen zoals gewoonlijk, verkrijg je de verzameling van de complexe getallen.
- ✓ De complexe getallen worden grafisch voorgesteld in een vlak, dat het vlak van Gauss wordt genoemd. Een complex getal  $a + bi$  komt hierbij overeen met een koppel  $(a, b)$ .
- ✓ Je kan zonder bewijs aangeven dat er op de complexe getallen geen totale orde is die zich goed gedraagt t.o.v. de optelling en de vermenigvuldiging. Daarom worden de symbolen  $<$  en  $\leq$  niet gebruikt bij complexe getallen.

#### LPD 10 De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd.

- ★ Met functioneel gebruik van ICT
  - ✓ Je kan de stelling van Pythagoras gebruiken om de modulus van een complex getal te bepalen vanuit de cartesische vorm. Voor het bepalen van het argument kan de goniometrische cirkel gebruikt worden.

#### LPD 11 De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen:

- in cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling;
- in goniometrische vorm: vermenigvuldiging en deling.
- ★ Meetkundige interpretatie in het complexe vlak van bewerkingen met complexe getallen  
Met functioneel gebruik van ICT
  - ✓ Je kan aangeven dat het optellen en aftrekken van complexe getallen het eenvoudigste is voor complexe getallen in cartesische vorm, terwijl het vermenigvuldigen en delen van complexe getallen het eenvoudigste is voor complexe getallen in goniometrische vorm.
  - ✓ Het is nog niet nodig om te rekenen met machten en  $n$ -de machtswortels van complexe getallen.

## 4.4 Meetkunde

### 4.4.1 Gelijkvormigheid en de stelling van Thales

#### LPD 12 De leerlingen onderzoeken gelijkvormigheid bij vlakke en ruimtelijke figuren.

- ★ Verband tussen gelijkvormigheid en schaal

Gelijkvormigheidsfactor berekenen bij gelijkvormige figuren

Lengte, oppervlakte van vlakke figuren en volume van ruimtefiguren berekenen bij een gegeven gelijkvormigheidsfactor

**Samenhang eerste graad:** WISa27, WISa28, WISa42

### **LPD 13 De leerlingen onderzoeken het verband tussen homothetieën en gelijkvormigheid van vlakke figuren.**

★ Met ICT het beeld bepalen van een eenvoudige vlakke figuur onder een homothetie

**Samenhang eerste graad:** WISa26, WISa27

- ✓ Je kan ook leerlingen zonder ICT het beeld van een eenvoudige figuur onder een homothetie laten bepalen. Dit kan het inzicht van de leerlingen verhogen.

### **LPD 14 De leerlingen passen de gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken toe om meetkundige problemen op te lossen.**

**Samenhang eerste graad:** WISa28

- ✓ Je kan de leerlingen eerst de kenmerken laten onderzoeken, dan formuleren en nadien laten toepassen.

### **LPD 15 De leerlingen passen de stelling van Thales toe om meetkundige problemen op te lossen.**

- ✓ Je kan de leerlingen eerst de stelling laten onderzoeken, dan formuleren en nadien laten toepassen. Bij het onderzoeken kan je vertrekken vanuit projecties in het vlak op een rechte: zulke projecties bewaren de afstand niet, maar wel verhoudingen van lengtes van evenwijdige lijnstukken.
- ✓ Je kan de stelling van Thales gebruiken voor constructies, bv. een lijnstuk verdelen in al dan niet gelijke delen.

## **4.4.2 De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken**

### **LPD 16 De leerlingen passen de stelling van Pythagoras toe om vlakke en ruimtelijke problemen op te lossen.**

- ★ Analytische uitdrukking voor de afstand tussen twee punten in het vlak
  - ✓ Je kan de leerlingen eerst de stelling laten onderzoeken, dan formuleren en nadien laten toepassen. Bij het formuleren van de stelling van Pythagoras heeft een formulering in woorden de voorkeur op een formulering via een formule, omdat die formule nadien vaak verkeerdelijk wordt toegepast.
  - ✓ Je kan de stelling van Pythagoras gebruiken om bepaalde irrationale lengtes te construeren (bv.  $\sqrt{2}$  of  $\sqrt{5}$ ).
  - ✓ Als een ruimtelijke toepassing kan je leerlingen de lengte van een ruimtediagonaal van een balk of de hoogte van een piramide laten berekenen.

- ✓ Je kan ook de omgekeerde stelling van Pythagoras aan bod laten komen.
- ✓ Je kan als toepassing van de afstandsformule de vergelijking van een cirkel met gegeven middelpunt en straal laten opstellen.

### LPD 17 De leerlingen gebruiken goniometrische getallen in rechthoekige driehoeken om meetkundige problemen op te lossen.

- ★ Sinus, cosinus en tangens van een scherpe hoek als de verhoudingen van zijden in een rechthoekige driehoek

Grondformule van de goniometrie

- ✓ Je kan de tangens van een scherpe hoek invoeren als een verhouding van zijden in een rechthoekige driehoek, maar ook als de verhouding van de sinus met de cosinus van die hoek.
- ✓ Je kan ICT laten gebruiken bij het bepalen van goniometrische getallen van een gegeven scherpe hoek.
- ✓ In bepaalde meetkundige problemen moet een scherpe hoek in een rechthoekige driehoek worden bepaald vanuit de lengtes van twee zijdes en zullen de leerlingen dus de grootte van een scherpe hoek moeten bepalen vanuit de sinus, cosinus of tangens van die hoek. Hierbij kan ICT ingezet worden. Je kan duiden dat voor scherpe hoeken de kennis van één van de goniometrische getallen de hoek ondubbelzinnig bepaalt. Het is echter niet nodig om de cyclometrische functies in te voeren.
- ✓ Bij berekeningen met hoeken kan de hoekgrootte geschreven worden als een aantal graden in decimale vorm, maar er kan ook gewerkt worden met het zestigtallig stelsel met graden, minuten en seconden. Bij de omzetting kan best ICT ingezet worden. De schrijfwijze in het zestigtallig stelsel heeft als voordeel dat er minder verwarring mogelijk is tussen de hoek en een goniometrisch getal bij die hoek.

### 4.4.3 Vectoren

#### LPD 18 De leerlingen tekenen in het vlak de som en het verschil van vectoren en de scalaire vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal.

- ★ Vector als model voor kracht, verplaatsing en snelheid

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD S6, F2; II-NatVB-d LPD S6, F2; II-NatS-d LPD S8, F2, F9; II-TeWe-d LPD 7, 11

**Samenhang eerste graad:** WISa26, NRTa29

- ✓ Je kan aandacht schenken aan de nulvector als een speciaal geval van een vector.
- ✓ Je kan het verschil van vectoren aanbrengen als de som met de tegengestelde vector. Je kan de tegengestelde vector ook gebruiken bij een scalaire vermenigvuldiging met een negatief getal.

- ✓ Je kan bij de contexten kracht, verplaatsing en snelheid de link leggen met het vak fysica, waarin het vectormodel ook wordt gebruikt. Het is niet de bedoeling om een aparte studie van deze fysische contexten te doen.
- ✓ Je kan opmerken dat er verschillen zijn in hoe vectoren gebruikt worden in het vak wiskunde en in natuurwetenschappen/fysica.

#### **LPD 19 De leerlingen rekenen met coördinaten van vectoren in het vlak voorzien van een orthonormaal assenstelsel:**

- **bewerkingen: optelling, scalaire vermenigvuldiging en inproduct;**
- **norm van een vector;**
- **ontbinding van een vector in zijn componenten.**
- ★ Vectoriële beschrijving van meetkundige objecten
  - ✓ Je kan het inproduct van een vector met een eenheidsvector grafisch duiden als de lengte van de loodrechte projectie van de vector op de rechte bepaald door de eenheidsvector.
  - ✓ Je kan het midden van een lijnstuk en het zwaartepunt van een driehoek beschrijven door gebruik te maken van vectoren.

#### **4.4.4 Merkwaardige lijnen in driehoeken**

#### **LPD 20 De leerlingen gebruiken zwaartelijnen, hoogtelijnen, middelloodlijnen en bissectrices bij problemen met driehoeken.**

- ★ Constructie van merkwaardige lijnen in een driehoek en van de omgeschreven en ingeschreven cirkel van een driehoek met functioneel gebruik van ICT

**Samenhang eerste graad:** WISa22, WISa25

- ✓ Je kan de leerlingen laten onderzoeken dat de merkwaardige lijnen in een driehoek concurrent zijn. Deze concurrentiepunten worden gebruikt in bepaalde meetkundige problemen, zoals de constructie van de in- en omgeschreven cirkel.
- ✓ Het is niet nodig om de merkwaardige lijnen steeds te laten construeren (al dan niet gebruik makend van ICT). De leerlingen kunnen de lijnen ook tekenen met ICT of met behulp van een geodriehoek of meetlat.

#### **4.4.5 Ruimte meetkunde**

#### **LPD 21 De leerlingen stellen een driedimensionale situatie op een tweedimensionale manier voor.**

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD S6; II-NatVB-d LPD S6; II-NatS-d LPD S8; II-TeWe-d LPD 7

**Samenhang eerste graad:** WISa30, WISa31

- ✓ Het voorstellen van 3D-figuren staat in relatie tot de LPD 22, 23 en 24, waarin de onderlinge ligging van rechten en vlakken wordt bestudeerd in ruimtelijke situaties.
- ✓ Je kan de complexiteit van de 3D-figuur best beperkt houden. Voorbeelden van 3D-figuren die aan bod kunnen komen zijn de kubus en de balk.
- ✓ Je kan voorstellingswijzen als perspectieven en aanzichten aan bod laten komen. Een studie van verschillende soorten voorstellingswijzen op zich is niet de bedoeling.

#### **LPD 22 De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van twee rechten in ruimtelijke situaties.**

Samenhang eerste graad: WISa23

- ✓ Je kan aangeven dat evenwijdige rechten ofwel strikt evenwijdig ofwel samenvallend zijn.
- ✓ Loodrechte kruisende rechten kan je visualiseren door gebruik te maken van een concrete figuur zoals een kubus. Het is niet nodig om de hoek tussen twee kruisende rechten te definiëren.

#### **LPD 23 De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van twee vlakken in ruimtelijke situaties.**

- ✓ Je kan aangeven dat evenwijdige vlakken ofwel strikt evenwijdig ofwel samenvallend zijn.
- ✓ Je kan ook de doorsnede van een vlak met een veelvlak laten bepalen en visualiseren.

#### **LPD 24 De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van een rechte en een vlak in ruimtelijke situaties.**

- ★ Normaal op een vlak door een gegeven punt van dat vlak
- ✓ Je kan aangeven dat als een rechte en een vlak evenwijdig zijn, ze ofwel strikt evenwijdig zijn ofwel dat de rechte in het vlak ligt.
- ✓ Je kan het snijpunt van een rechte met een vlak laten bepalen en visualiseren.

### **4.4.6 Goniometrie**

#### **LPD 25 De leerlingen bepalen goniometrische getallen van georiënteerde hoeken m.b.v. de goniometrische cirkel.**

- ★ Goniometrische getallen: sinus, cosinus, tangens en cotangens
- ✓ Je kan de stelling van Pythagoras gebruiken om de grondformule van de goniometrie uit te breiden naar de goniometrische cirkel.
- ✓ Je kan de link leggen tussen de richtingscoëfficiënt van een rechte en de tangens van de bijbehorende hellingshoek.

- ✓ Een punt op de goniometrische cirkel komt overeen met oneindig veel hoeken, die kunnen genoteerd worden door  $\alpha + k \cdot 360^\circ$  met  $k \in \mathbb{Z}$ . Er kan gekozen worden om steeds te werken met een representant  $\alpha \in [0^\circ, 360^\circ[$  of  $\alpha \in ] - 180^\circ, 180^\circ]$ .

**LPD 26 De leerlingen onderzoeken verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken a.d.h.v. de goniometrische cirkel: gelijke, tegengestelde, complementaire, anticomplementaire, supplementaire en antisupplementaire hoeken.**

- ✓ De focus bij dit doel ligt op het gebruik van de goniometrische cirkel als instrument om verbanden te onderzoeken. Het is niet de bedoeling dat de leerlingen de verbanden vanbuiten leren.
- ✓ Je kan vanuit de waarde van een goniometrisch getal de bijbehorende hoeken laten tekenen en berekenen. Daarbij moet er rekening worden gehouden met het feit dat er meer bijbehorende hoeken zijn dan enkel de waarde die verkregen wordt m.b.v. ICT of enkel de hoofdwaarden.

**LPD 27 De leerlingen gebruiken geschikte goniometrische formules en verbanden om goniometrische uitdrukkingen te vereenvoudigen:**

- **verbanden tussen goniometrische getallen van verwante hoeken;**
  - **grondformule;**
  - **som- en verschilformules.**
- ✓ Je kan ook formules die direct volgen uit de grondformule aanbrengen. Deze moeten door de leerlingen niet vanbuiten worden geleerd. Het is evenmin de bedoeling dat leerlingen de verbanden van verwante hoeken vanbuiten leren.
  - ✓ Je kan d.m.v. formules vanuit een gegeven goniometrisch getal de andere goniometrische getallen laten bepalen zonder de hoeken zelf te berekenen.

**LPD 28 De leerlingen gebruiken de sinus- en cosinusregel om meetkundige problemen op te lossen.**

- ✓ Je kan aangeven dat de cosinusregel een veralgemening is van de stelling van Pythagoras voor willekeurige driehoeken.
- ✓ Als je enkel de sinusregel gebruikt voor het oplossen van een driehoek kan je twee mogelijkheden uitkomen. Je kan hier aandacht aan schenken, bijvoorbeeld door leerlingen eerst een tekening te laten maken of de link te leggen met de congruentiekenmerken of met verwante hoeken.
- ✓ Je kan ook ruimtelijke problemen aan bod laten komen.

#### 4.4.7 Analytische meetkunde in het vlak

##### LPD 29 De leerlingen stellen vectoriële, parametrische en cartesische vergelijkingen van rechten op.

- ★ Omzetten van de ene naar de andere soort vergelijkingen
  - ✓ Parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte zijn verwant en verschillen in feite enkel van mekaar in schrijfwijze. Je kan aangeven dat parametrische en vectoriële vergelijkingen van een rechte niet uniek zijn, omdat zowel de 'startpositie' als de richtingsvector van een rechte niet uniek bepaald zijn.
  - ✓ De coëfficiëntenvector  $(u, v)$  bij de variabelen  $x$  en  $y$  van een cartesische vergelijking  $ux + vy + w = 0$  van een rechte is een normaalvector van de rechte. Een vector die hierop loodrecht staat, bijvoorbeeld  $(v, -u)$ , geeft dus een richtingsvector van de rechte. Je kan dit gebruiken om een cartesische vergelijking om te zetten naar een vectorvergelijking en omgekeerd.
  - ✓ Je kan de vergelijking van een zwaartelijn in een driehoek opstellen.

##### LPD 30 De leerlingen onderzoeken de onderlinge ligging en de loodrechte stand van twee rechten in een orthonormaal assenstelsel.

- ✓ Bij de onderlinge ligging van rechten kan je samenvallende rechten bekijken als een speciaal geval van evenwijdige rechten.
- ✓ Je kan de loodrechte stand van rechten onderzoeken door na te gaan of het product van richtingscoëfficiënten bij de rechten gelijk aan  $-1$  is. Je kan ook nagaan of het inproduct van twee richtingsvectoren of van twee normaalvectoren gelijk is aan nul.
- ✓ Je kan de vergelijking van een rechte laten opstellen die loodrecht staat op een andere rechte, bijvoorbeeld van een middelloodlijn of een hoogtelijn in een driehoek.

##### LPD 31 De leerlingen berekenen de afstand tussen een punt en een rechte en de hoek tussen twee snijdende rechten in een orthonormaal assenstelsel.

- ✓ Je kan de afstand van een punt tot een rechte bepalen a.d.h.v. de afstandsformule, indien de cartesische vergelijking van de rechte gegeven is.
- ✓ Je kan de hoek tussen twee snijdende rechten bepalen via het inproduct van twee richtingsvectoren.
- ✓ Je kan als toepassing de vergelijking van de bissectrice van twee snijdende rechten laten opstellen.

## 4.5 Algebra en functieleer

### 4.5.1 Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules

#### LPD 32 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen met één onbekende algebraïsch op in $\mathbb{R}$ .

Samenhang eerste graad: WISa40

Suggesties:

- ✓ Je kan de balansmethode gebruiken om eigenschappen van gelijkheden te duiden. Eens deze eigenschappen worden geautomatiseerd door de leerlingen hoeft er niet steeds meer worden teruggegrepen naar de balansmethode.
- ✓ Je kan ervoor kiezen om dit doel samen met het grafisch oplossen van eerstegraadsvergelijkingen (LPD 39) aan te brengen.
- ✓ Je kan ook vergelijkingen met één parameter laten oplossen.

#### LPD 33 De leerlingen lossen eerstegraadsongelijkheden met één onbekende algebraïsch op in $\mathbb{R}$ .

★ Oplossingenverzameling, interval

Samenhang eerste graad: WISa13

- ✓ Je kan de oplossingenverzameling van een eerstegraadsongelijkheid grafisch laten voorstellen op een getallenas of weergeven via de intervalnotatie.
- ✓ Je kan ervoor kiezen om dit doel samen met het grafisch oplossen van eerstegraadsongelijkheden (LPD 39) aan te brengen.
- ✓ Je kan ook ongelijkheden met één parameter laten oplossen.

#### LPD 34 De leerlingen drukken bij een formule één variabele uit in functie van de andere.

★ Variabelen van volgende aard komen aan bod: lineair, zuiver kwadratisch, zuiver kubisch

Samenhang eerste graad: WISa37, WISa39

- ✓ Je kan formules gebruiken die voorkomen in de eerste graad A-stroom of tweede graad D-finaliteit. Voorbeelden van wiskundige formules: formules voor oppervlakte en volume, goniometrische getallen als verhoudingen, stelling van Pythagoras ...
- ✓ Je kan dit doel als een apart gegeven aanleren. Het is daarnaast opportuun om het omvormen van formules ook op andere momenten (wanneer er een formule aangeleerd wordt) aan bod te laten komen.



## 4.5.2 Inleiding tot reële functies

**LPD 35 De leerlingen leggen het verband tussen verschillende representaties van een reële functie, met name tussen verwoording, tabel, grafiek en voorschrift.**

- ★ Input-outputmodel van een functie met onafhankelijke en afhankelijke variabele

Samenhang eerste graad: WISa41

- ✓ Een verwoording van een functie beschrijft de betekenis die de functie heeft. Het verband tussen variabelen wordt hierbij uitgelegd.
- ✓ Je kan aangeven dat in veel concrete situaties er geen expliciet functievoorschrift voorhanden is.

## 4.5.3 Eerstegraadsfuncties

**LPD 36 De leerlingen bepalen bij een eerstegraadsfunctie de richtingscoëfficiënt vanuit:**

- **het voorschrift  $f(x) = ax + b$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b \in \mathbb{R}$ ;**
- **een tabel van functiewaarden;**
- **twee gegeven punten;**
- **een grafiek.**

Samenhang eerste graad: WISa42

- ✓ De richtingscoëfficiënt kan grafisch worden afgelezen vanuit een grafiek als de toename (of afname) van de afhankelijke variabele als de onafhankelijke variabele met één toeneemt.
- ✓ Je kan bij eerstegraadsfuncties starten met de functies met voorschrift van de vorm  $f(x) = ax$  en zo de link leggen met recht evenredige grootheden en de evenredigheidsconstante. De grafieken van zulke functies zijn rechten door de oorsprong, waarbij het stijgen/dalen wordt bepaald door de richtingscoëfficiënt.
- ✓ Je kan aangeven dat de grafiek van een eerstegraadsfunctie met voorschrift  $f(x) = ax + b$  verkregen wordt door een verticale verschuiving van de grafiek van de functie met voorschrift  $f(x) = ax$ . Zo kan je ook tonen dat rechten met dezelfde richtingscoëfficiënt evenwijdig zijn.
- ✓ Je kan ook constante functies aan bod laten komen, waarbij de richtingscoëfficiënt gelijk aan nul is.

**LPD 37 De leerlingen bepalen het voorschrift, een grafiek, een tabel van functiewaarden en een verwoording van een eerstegraadsfunctie als één van de andere representaties gegeven is.**

- ★ Snijpunt met  $y$ -as: meetkundige betekenis en link met voorschrift

Opstellen van het voorschrift met gegeven richtingscoëfficiënt en door gegeven punt en van het voorschrift door twee gegeven punten

Tekenen van een grafiek met gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt en van een grafiek door twee gegeven punten

Tekenen van een grafiek zonder en met ICT

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD F3, F11; II-NatVB-d LPD F3, F13; II-NatS-d LPD F3, F18, F19; II-TeWe-d LPD 13

**Samenhang eerste graad:** WISa41

- ✓ Je kan bij het opstellen van een voorschrift van een eerstegraadsfunctie door twee gegeven punten eerst de richtingscoëfficiënt laten berekenen (LPD 36) en dan gebruik maken van de techniek van het opstellen van het voorschrift door een gegeven punt en met gegeven richtingscoëfficiënt.
- ✓ Je kan aangeven dat bij het bepalen van een representatie van een eerstegraadsfunctie vanuit een tabel van functiewaarden er kan gewerkt worden met eender welke twee punten. Kenmerkend voor zo'n tabel is dat bij een gelijke toename van de onafhankelijke variabele een gelijke toename of afname van de afhankelijke variabele hoort. Je kan leerlingen ook laten beslissen of een tabel van functiewaarden bij een eerstegraadsfunctie hoort.

### LPD 38 De leerlingen onderzoeken kenmerken van eerstegraadsfuncties.

- ★ Kenmerken: domein, bereik, nulwaarde, tekenverloop, stijgen/dalen, constante stijging/daling
- ✓ Je kan het tekenverloop grafisch weergeven via een teken tabel of -schema. Ook het stijgen/dalen kan je weergeven in een tabel of schema.
- ✓ Je kan de nulwaarde van een eerstegraadsfunctie linken aan het snijpunt met de  $x$ -as. Je kan hier ook het snijpunt met de  $y$ -as aan bod laten komen.

### LPD 39 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden met één onbekende grafisch op.

- ★ Vergelijkingen van de vorm  $f(x) = 0$  en  $f(x) = g(x)$ : verband met nulwaarde en snijpunt  
Ongelijkheden van de vorm  $f(x) > 0, f(x) < 0, f(x) \leq 0, f(x) \geq 0$  en  $f(x) > g(x), f(x) < g(x), f(x) \leq g(x), f(x) \geq g(x)$ : verband met tekenverloop en onderlinge ligging  
Met en zonder ICT; opgaven zonder ICT zijn beperkt in complexiteit
- ✓ Bij het werken zonder ICT kan je de grafieken laten tekenen, maar ook de grafieken ter beschikking stellen. Sowieso wordt de complexiteit van de opgave best beperkt, zodat het mogelijk is om de oplossing grafisch af te lezen. Dit is zeker het geval als de grafieken zelf getekend moeten worden.

### LPD 40 De leerlingen onderzoeken bij functies de gemiddelde verandering over een interval:

- differentiequotiënt bepalen op basis van een tabel, grafiek en voorschrift;

- **differentiequotienten vergelijken op basis van hun waarde en gebruikmakend van de grafische betekenis.**

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD F3, F11; II-NatVB-d LPD F3, F13; II-NatS-d LPD F3, F18, F19; II-TeWe-d LPD 13

- ✓ Bij eerstegraadsfuncties komt een differentiequotient overeen met de richtingscoëfficiënt. Bij andere functies kan het differentiequotient geduid worden als de richtingscoëfficiënt van de rechte door de twee punten op de grafiek. Zo kan dit doel, alhoewel het niet enkel over eerstegraadsfuncties gaat, gezien worden als een toepassing van het concept richtingscoëfficiënt.
- ✓ Je kan functies aan bod laten komen zonder een concreet functievoorschrift. Betekenisvolle contexten zijn groeicurves van kinderen, afstand-tijd-grafieken, hellingsgrafieken van wegen ...

#### 4.5.4 Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

##### LPD 41 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen met twee onbekenden grafisch op.

- ★ Verband tussen de algemene vergelijking van een rechte en het functievoorschrift van de verwante eerstegraadsfunctie  
Met en zonder ICT; opgaven zonder ICT zijn beperkt in complexiteit
- ✓ Je kan met concrete voorbeelden aangeven dat niet alle algemene vergelijkingen van rechten overeenkomen met de grafieken van eerstegraadsfuncties, want er zijn ook verticale rechten (die niet overeenkomen met een functie) en horizontale rechten (die overeenkomen met constante functies).

##### LPD 42 De leerlingen lossen stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen met twee onbekenden algebraïsch op.

- ★ Combinatiemethode en substitutiemethode  
Oplossingenverzameling met koppelvoorstelling
- ✓ Je kan ook de gelijkstellingsmethode aan bod laten komen, die gezien kan worden als een speciaal geval van de substitutiemethode.
- ✓ Je kan aandacht schenken aan de meest efficiënte methode bij het oplossen van stelsels.
- ✓ Je kan ook tijdens het algebraïsch oplossen teruggrijpen naar het grafisch oplossen, bijvoorbeeld om het antwoord te controleren. Je kan ook het effect van een algebraïsche methode grafisch illustreren: de bijbehorende rechten kunnen hierbij veranderen, maar hun snijpunt blijft gelijk.

#### 4.5.5 Functies met voorschrift $f(x) = c/x$

**LPD 43 De leerlingen onderzoeken kenmerken van functies met voorschrift  $f(x) = c/x$  vanuit het voorschrift of een grafiek.**

- ★ Kenmerken: domein, bereik, tekenverloop, stijgen/dalen, toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie t.o.v. de oorsprong

Grafiek schetsen zonder ICT en grafiek tekenen met ICT

**Samenhang eerste graad: WISa41**

- ✓ Je kan het toenemend/afnemend zijn van een stijging/daling op een kwalitatieve manier vanuit de grafiek aflezen, maar je kan ook de link leggen met differentiequotiënten.
- ✓ Je kan ook het gedrag op oneindig bestuderen, zonder hierbij de theorie van de asymptoten uit te leggen.

#### 4.5.6 Tweedegraadsfuncties

**LPD 44 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm  $f(x) + k$ ,  $f(x - k)$  en  $k \cdot f(x)$  met  $k \in \mathbb{R}_0$  om een grafiek van een tweedegraadsfunctie op te bouwen uit de grafiek van  $f(x) = x^2$ .**

- ★ Voorschrift  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$  van een tweedegraadsfunctie: betekenis van de parameters  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  en tekenen van grafiek zonder en met ICT

Grafiek: parabool, bergparabool, dalparabool

Transformaties: verschuiving, spiegeling, verticale uitrekking

Coördinaten van de top en vergelijking van de symmetrieas

- ✓ Je kan andere letters gebruiken voor de parameters in het voorschrift. De letters p en q worden bijvoorbeeld vaak gebruikt i.p.v.  $\alpha$  en  $\beta$ , maar hebben als nadeel dat ze voor leerlingen met dyslexie moeilijk te onderscheiden zijn.
- ✓ Je kan via ICT de transformaties visualiseren en het effect op de grafiek duidelijk maken. Zo kan ook direct het verband worden gelegd tussen de coördinaten van de top en de parameters  $\alpha$  en  $\beta$  in het voorschrift.
- ✓ Je kan de leerlingen ook omgekeerd te werk laten gaan: vanuit een gegeven grafiek van een tweedegraadsfunctie wordt er bepaald wat er is gewijzigd t.o.v. de grafiek van  $f(x) = x^2$ .

**LPD 45 De leerlingen tekenen zonder en met ICT de grafiek van een tweedegraadsfunctie a.d.h.v. het voorschrift.**

- ★ Voorschrift  $f(x) = ax^2 + bx + c$  van een tweedegraadsfunctie, inclusief de betekenis van de parameters  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $c \in \mathbb{R}$

Coördinaten van de top en vergelijking van de symmetrieas

**Samenhang tweede graad:** II-Nat-d LPD F11; II-NatVB-d LPD F13; II-NatS-d LPD F18, F19; II-TeWe-d LPD 13

- ✓ Je kan aan de hand van voorbeelden laten inzien dat een functievoorschrift van de vorm  $f(x) = ax^2 + bx + c$  omgezet kan worden in een voorschrift van de vorm  $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$ . Dit kan op twee manieren: je kan het voorschrift omvormen door een kwadraat van een eerstegraadsveelterm af te zonderen, maar je kan ook de tweede vorm uitrekenen en vergelijken met de eerste vorm om zo de parameters  $a$  en  $b$  te bepalen. Op die manier kan je ook de formule  $\alpha = -b/2a$  voor de  $x$ -coördinaat van de top verantwoorden.

**LPD 46 De leerlingen stellen het voorschrift op van een tweedegraadsfunctie a.d.h.v. een grafiek waarop de coördinaten van de top en één extra punt afleesbaar zijn.**

- ✓ Je kan de parameter  $a$  in het voorschrift ook bepalen als de verandering van de functiewaarde als je de  $x$ -coördinaat van de top met één laat toenemen of afnemen.
- ✓ Je kan het voorschrift van een tweedegraadsfunctie ook laten bepalen vanuit een grafiek waarop de snijpunten met de  $x$ -as (of algemener, twee punten met zelfde  $y$ -waarde) afleesbaar zijn en één extra punt door gebruik te maken symmetrie.
- ✓ Je kan het voorschrift ook laten bepalen vanuit drie punten op de grafiek waaronder het snijpunt met de  $y$ -as.

**LPD 47 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met één onbekende algebraïsch op in  $\mathbb{R}$ .**

- ★ Standaardvorm van een tweedegraadsvergelijking:  $ax^2 + bx + c = 0$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b, c \in \mathbb{R}$

Ontbinden in factoren: een gemeenschappelijke factor afzonderen en de formules  $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$  en  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$  toepassen

Volledige tweedegraadsvergelijkingen oplossen via discriminantformule

**Samenhang eerste graad:** WISa39

**Suggesties:**

- ✓ Het ontbinden van factoren staat ten dienste van het oplossen van tweedegraadsvergelijkingen. Onvolledige vergelijkingen van de vorm  $ax^2 + bx = 0$  kunnen worden opgelost door de gemeenschappelijke factor  $x$  af te zonderen. Bij onvolledige vergelijkingen van de vorm  $ax^2 + c = 0$  kan de formule voor het verschil van kwadraten gebruikt worden, maar de constante term kan ook worden overgezet naar het ander lid.
- ✓ Als er voor het oplossen van een probleem of vraagstuk in een bepaalde context een tweedegraadsvergelijking moet worden opgelost, dan kan het zijn dat niet allebei de oplossingen van de vergelijking aanleiding geven tot een oplossing van het probleem. Je kan leerlingen de oplossingen kritisch leren controleren.
- ✓ Je kan vanuit een tweedegraadsvergelijking ook de som en het product van de wortels aflezen en zo de vergelijking oplossen. Dit is een efficiënte methode als bijvoorbeeld 1 of  $-1$  een oplossing is. Je kan via die methode ook tot de discriminantformule komen.

#### LPD 48 De leerlingen onderzoeken kenmerken van tweedegraadsfuncties vanuit het voorschrift of een grafiek.

- ★ Kenmerken: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extrema, toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie t.o.v. een verticale rechte
  - ✓ Je kan de nulwaarden van een tweedegraadsfunctie linken aan de snijpunten met de  $x$ -as. Je kan hier ook het snijpunt met de  $y$ -as aan bod laten komen.
  - ✓ Je kan het toenemend/afnemend zijn van een stijging/daling op een kwalitatieve manier vanuit de grafiek aflezen, maar je kan ook de link leggen met differentiequotienten.
  - ✓ Je kan leerlingen de kenmerken van een tweedegraadsfunctie laten onderzoeken die hoort bij een betekenisvolle context om zo vragen hierover te beantwoorden. Voorbeelden: hoogte en breedte van een brug of tunnel bepalen, hoogste punt van een geworpen voorwerp bepalen en bepalen welke horizontale afstand het voorwerp aflegt ...

#### LPD 49 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden met één onbekende grafisch op.

- ★ Vergelijkingen van de vorm  $f(x) = 0$  en  $f(x) = g(x)$ : verband met nulwaarde en snijpunt  
Ongelijkheden van de vorm  $f(x) > 0, f(x) < 0, f(x) \leq 0, f(x) \geq 0$  en  $f(x) > g(x), f(x) < g(x), f(x) \leq g(x), f(x) \geq g(x)$ : verband met tekenverloop en onderlinge ligging  
Met ICT of met gegeven grafieken
  - ✓ Je kan bij ongelijkheden de oplossingenverzameling grafisch laten aanduiden op de getallenas of noteren via de intervalnotatie.

#### LPD 50 De leerlingen lossen tweedegraadsongelijkheden algebraïsch op in $\mathbb{R}$ .

- ✓ Je kan een tekentabel of -schema van de bijbehorende tweedegraadsfunctie laten opstellen. Hierbij kan je gebruik maken van het verband tussen het teken van de coëfficiënt  $a$  en de vorm van de grafiek.
- ✓ Je kan het antwoord grafisch laten controleren.

#### LPD 51 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één complexe onbekende op.

## 4.6 Discrete wiskunde en logica

### 4.6.1 Telproblemen

#### LPD 52 De leerlingen lossen telproblemen op met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen.

- ★ Symbolen  $\cap, \cup, \setminus, \in, \notin, \subset, \emptyset$

Somregel voor al dan niet disjuncte verzamelingen, productregel en complementregel

**Samenhang eerste graad:** WISa5

- ✓ De moeilijkheid bij het oplossen van een telprobleem ligt bij het maken van een gepaste grafische voorstelling. Eens deze is gemaakt kan de oplossing voor het probleem makkelijk worden afgelezen.
- ✓ Je kan ook andere grafische voorstellingen aan bod laten komen zoals wegendiagrammen en roosterdiagrammen.

### 4.6.2 Waarheidstabellen

#### LPD 53 De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken m.b.v. waarheidstabellen.

- ★ Logische operatoren  $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$  met aandacht voor de betekenis van 'of' en 'als ... dan ...' in de omgangstaal

Een uitspraak in woorden vertalen naar een uitspraak in symbolen

De context van logische poorten komt aan bod

**Samenhang eerste graad:** WISa3

- ✓ Je kan met behulp van waarheidstabellen aantonen dat bijvoorbeeld de logische uitspraak  $A \Rightarrow B$  niet equivalent is met  $\neg A \Rightarrow \neg B$ , maar wel met de logische uitspraken  $\neg B \Rightarrow \neg A$  en  $\neg A \vee B$ .
- ✓ Een 'of' wordt in de omgangstaal vaak gebruikt als een exclusieve disjunctie. Voorbeeld: "Wil je koffie of thee drinken?". Een 'als ... dan ...' wordt in de omgangstaal vaak geïnterpreteerd als een '... als en slechts als ...'. Je kan leerlingen de verschillen duidelijk maken om hen erover te laten nadenken.

### 4.6.3 Grafen

#### LPD 54 De leerlingen interpreteren een graaf als een model van een concrete situatie.

- ★ Knopen en bogen van een graaf

Buren van een knoop

Samenhangende graaf

- ✓ Grafen worden gebruikt als model of schematische voorstelling voor bv. sociale netwerken, transportnetwerken, stambomen, boom- en wegendiagrammen ...
- ✓ In een concrete situatie die door een graaf beschreven wordt kan je leerlingen de betekenis van de knopen en de bogen, de buren of het aantal buren (vaak de graad genoemd) van een knoop en het al dan niet samenhangend zijn laten uitleggen.
- ✓ Je kan de graaf horende bij een concrete situatie ook laten opstellen.

#### **LPD 55 De leerlingen gebruiken grafen om problemen op te lossen.**

- ✓ Als het probleem te maken heeft met wandelingen op grafen kan je de terminologie van spoor, circuit, pad en cykel gebruiken voor de soorten wandelingen. Bij sporen en circuits worden de bogen maximaal één keer doorlopen; bij paden en cyclen worden de knopen maximaal één keer doorlopen.
- ✓ Je beperkt best het aantal types van problemen die je aan bod laat komen. Een aantal mogelijkheden waaruit gekozen kan worden:
  - Problemen i.v.m. (aantal) buren en eigenschappen zoals “aantal knopen met oneven graad is even”
  - Het bestaan en opsporen van wandelingen die alle bogen juist één keer doorlopen en de 7 bruggen van Königsberg (terminologie: Eulerspoor, -circuit en -graaf)
  - Minimaal opspannende bomen op gewogen grafen en de algoritmes van Kruskal of Prim
  - Kortste pad bepalen op gewogen grafen en algoritme van Dijkstra
  - Kleuringen van landkaarten, knoopkleuringen van (vlakke) grafen en de vierkleurenstelling
  - Het bestaan en opsporen van wandelingen die alle knopen juist één keer doorlopen en eventueel link met Handelsreizigersprobleem (terminologie: Hamiltonpad, -cykel en -graaf)
  - Problemen over speciale types van grafen zoals bomen en tweedelingsgrafen

## **4.7 Data en onzekerheid**

### **4.7.1 Beschrijvende statistiek**

#### **LPD 56 De leerlingen stellen met ICT niet-gegroepeerde en gegroepeerde gegevens voor aan de hand van passende voorstellingswijzen: absolute en relatieve frequentietabel, staafdiagram, dotplot, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram en boxplot.**

- ★ Numerieke, categorische (geordende en niet-geordende) gegevens  
Gegevens groeperen in klassen met ICT en het begrip klassenmidden

**Samenhang tweede graad:** II-Aar-d LPD 3, 20; II-GFL-ddaa LPD 23

**Samenhang eerste graad:** WISa44, WISa46



- ✓ Je kan best gegevens gebruiken die vanuit een betekenisvolle context komen. Je kan de leerlingen ook zelf gegevens laten verzamelen, bijvoorbeeld a.d.h.v. een enquête of bevraging in de klas of de school.
- ✓ De leerlingen kiezen zelf welke voorstellingswijze het meest geschikt is.
- ✓ In staafdiagrammen en histogrammen worden absolute of relatieve frequenties weergegeven door rechthoekjes of balkjes. Bij staafdiagrammen gaat het over discrete gegevens (bv. geslacht, vervoersmogelijkheden) terwijl het bij histogrammen gaat over gegroepeerde continue gegevens (bv. klassen van leeftijden, afstanden, lengtes ...).
- ✓ Je kan bij gegroepeerde gegevens de klassenbreedte aanpassen en de invloed op de voorstellingswijze illustreren. Zo kan geïllustreerd worden dat samenvatten gepaard gaat met een verlies van informatie.
- ✓ Je kan ook andere voorstellingswijzen aan bod laten komen zoals de cumulatieve frequentietabel en het ogief.

### **LPD 57 De leerlingen bepalen met ICT centrum- en spreidingsmaten: rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus, variatiebreedte, kwartielen, interkwartielafstand en standaardafwijking.**

**Samenhang eerste graad: WISa47**

- ✓ Het is in eerste instantie de bedoeling dat een volledige populatie wordt onderzocht, m.a.w. dan wordt er geen echte steekproef genomen. De noemer in de formule voor de variantie is dan de populatiegrootte  $N$ .
- ✓ Je kan best gegevens gebruiken die vanuit een betekenisvolle context komen, zodat de bekomen centrum- en spreidingsmaten een concrete betekenis hebben.
- ✓ Je kan de maten eerst aanbrengen zonder ICT en met een beperkt aantal gegevens om inzicht te verwerven in de verschillende maten. In een verdere fase gebruik je ICT.
- ✓ Dit doel is te lezen in samenhang met LPD 56. Bij een boxplot moeten bijvoorbeeld de mediaan en de kwartielen worden bepaald.
- ✓ Je kan de spreidingsmaten vergelijken voor verschillende reeksen gegevens met dezelfde centrummaten. Dit kan meer betekenis aan de spreidingsmaten.
- ✓ Je kan aangeven dat bepaalde centrum- of spreidingsmaten meer gevoelig zijn voor uitschieters dan anderen.

### **LPD 58 De leerlingen analyseren en interpreteren voorstellingswijzen, centrum- en spreidingsmaten bij een statistisch onderzoek van één grootheid.**

- ★ Informeel begrip van symmetrische/scheve verdeling, uitschieters, clusters  
Vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties

**Samenhang tweede graad: II-GFL-ddaa LPD 19**

**Samenhang eerste graad: WISa48**

- ✓ Voorbeelden van vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten en het interpreteren van statistische informatie: het foutief interpreteren van percentages, het ongepast schalen van assen, het gebruik van de mediaan versus het rekenkundig gemiddelde, informatie weglaten bij grafische voorstellingen ... Leerlingen moeten hier kritisch mee leren omgaan.
- ✓ Bij numerieke gegevens kan je aandacht hebben voor de verdeling van de gegevens. Vaak liggen de meeste gegevens in de buurt van de centrummaten (bv. mediaan). De vorm van de verdeling kan dan klokvorming (symmetrisch) zijn, maar ze kan ook aan één zijde een langere staart hebben (scheef). Soms heeft de verdeling een aantal onderscheiden maxima. Dit kan het gevolg zijn van clusters: de populatie waarvan de gegevens afkomstig zijn bevatten dan een aantal deelgroepen die onderscheiden eigenschappen bezitten.
- ✓ Het is niet de bedoeling dat er een strikte definitie wordt ingevoerd voor het begrip uitschieter: een kwalitatieve benadering is aangewezen. Ook is het niet nodig dat uitschieters worden weggelaten bij het berekenen van de centrum- of spreidingsmaten.

## 4.7.2 Spreidingsdiagrammen

### LPD 59 De leerlingen onderzoeken het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met ICT:

- **spreidingsdiagram opstellen en interpreteren;**
  - **trendlijn met bijbehorend voorschrift bepalen en interpreteren;**
  - **correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband bepalen en interpreteren.**
- ★ Soorten verbanden: recht evenredig, omgekeerd evenredig, lineair en zuiver kwadratisch  
Onderscheid tussen samenhang en causaliteit in relevante contexten

**Samenhang tweede graad:** II-NatS-d LPD S7; II-TeWe-d LPD 5

- ✓ Een informeel begrip van trendlijn is voldoende. Inzicht in het algoritme dat de trendlijn bepaalt is dus niet nodig.
- ✓ De correlatiecoëfficiënt geeft een maat voor de sterkte van de lineaire samenhang tussen de twee grootheden en ligt tussen -1 en 1. Als de coëfficiënt dicht bij -1 ligt, dan is er een negatieve lineaire correlatie; als ze in de buurt van 0 ligt, dan is er geen correlatie (maar kan er nog steeds een ander verband zijn); als ze dicht bij 1 ligt, dan is er een positieve lineaire correlatie. Het is niet nodig om de definitie van de coëfficiënt zelf te bestuderen, maar wel om in concrete situaties de waarde te bepalen met ICT en te interpreteren.
- ✓ Je kan dit doel in samenhang bekijken met de rubriek functieleer waarin verschillende functietypes worden bestudeerd: eerstegraadsfuncties (deelrubriek 4.5.3), functies van de vorm  $f(x)=c/x$  (deelrubriek 4.5.5) en tweedegraadsfuncties (deelrubriek 4.5.6). Je kan dit doel bij de studie van elk functietype laten terugkeren.

- ✓ Het is belangrijk om het verschil uit te leggen tussen de correlatie (of samenhang) van twee grootheden en causaliteit (of een oorzakelijk verband). De twee grootheden kunnen correleren omdat ze afhangen van een andere grootheid.

## 4.8 Computationeel denken

### LPD 60 De leerlingen ontwerpen algoritmes om problemen digitaal op te lossen.

- ★ Concepten van computationeel denken: decompositie, patroonherkenning, abstractie, algoritme  
Organisatie, modellering, simulatie en digitale representatie van informatie  
Debuggen  
Principes van programmeren: opeenvolging, herhalingsstructuur, keuzestructuur  
Ingebouwde functies  
Elementen van programmeertalen: variabelen, datatypes, operatoren, parameters, condities, procedures of functies

**Samenhang tweede graad:** II-GLI-ddaa LPD 1

**Samenhang eerste graad:** GLlab9

- ✓ Je leert de leerlingen de verschillende stappen in het oplossen van een (deel)probleem kennen en continu toepassen bij het oplossen van problemen, nl. probleemstellen, analyseren, algoritme opstellen, programmeren, uitvoeren, debuggen (testen en bijsturen) en documenteren.
- ✓ Er zijn verschillende manieren om een algoritme te representeren zoals pseudocode, Nassi-Shneiderman-diagram, flowchart ...
- ✓ Je kiest om deze doelstelling te realiseren voor een geschikte actuele programmeeromgeving, die aansluit bij de studierichting en het te verwachten vervolgtraject.
- ✓ Je kan vanuit de fouten van de leerlingen vertrekken bij het aanleren van debuggen. Leer hen zelf hun fouten te analyseren. Gebruik hiervoor onder meer de mogelijkheden van de programmeeromgeving.
- ✓ Je kan wiskundige inhoud of procedures als een algoritme laten formuleren en eventueel programmeren. Voorbeelden vanuit de eerste of de tweede graad: zeef van Eratosthenes, bepaling van ggd, de stelling van Pythagoras, oplossen van willekeurige driehoeken, voorschrift van een eerstegraadsfunctie door twee punten, oplossen van tweedegraadsvergelijking via de discriminantformule (al dan niet over de complexe getallen), waarheidstabellen bepalen, problemen op grafen (bv. algoritmes van Prim, Kruskal, Dijkstra ...).
- ✓ Als je school ervoor kiest om de doelen uit het Gemeenschappelijk leerplan ICT te realiseren via een apart vak ICT, dan kan er ook overwogen worden om dit leerplandoel (al dan niet gedeeltelijk) op te nemen in dat vak.

## 5 Vergelijkende tabel leerplannen

Er zijn vijf verschillende leerplannen Wiskunde voor de 2<sup>de</sup> graad D-finaliteit. In onderstaande tabel worden per rubriek de onderscheidende doelen van de leerplannen Wiskunde B+C', VB, VB+C' en C aangegeven in vergelijking met het leerplan B. Het gaat hierbij zowel over extra leerplandoelen als over leerplandoelen met een gewijzigde formulering of afbakening.

Rubrieken leerplan	Leerplan B+C'	Leerplan VB	Leerplan VB+C'	Leerplan C
Problemen oplossen				
Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren				LPD 3
Getallenleer				LPD 9 LPD 10 LPD 11
Meetkunde	LPD 17 LPD 21 LPD 22	LPD 16 LPD 22 LPD 23	LPD 16 LPD 18 LPD 22 LPD 23 LPD 24 LPD 25	LPD 19 LPD 25 LPD 26 LPD 27 LPD 28 LPD 29 LPD 30 LPD 31
Algebra en functieleer				LPD 50 LPD 51
Discrete wiskunde en logica				
Data en onzekerheid				
Computationeel denken				

## 6 Basisuitrusting

Basisuitrusting verwijst naar de infrastructuur en het (didactisch) materiaal die beschikbaar moeten zijn voor de realisatie van de leerplandoelen.

### 6.1 Infrastructuur

Een lokaal

- dat qua grootte, akoestiek en inrichting geschikt is om communicatieve werkvormen te organiseren;
- met een (draagbare) computer waarop de nodige software en audiovisueel materiaal kwaliteitsvol werkt en die met internet verbonden is;
- met de mogelijkheid om (bewegend beeld) kwaliteitsvol te projecteren;
- met de mogelijkheid om geluid kwaliteitsvol weer te geven;
- met de mogelijkheid om draadloos internet te raadplegen met een aanvaardbare snelheid.

Toegang tot (mobile) devices voor leerlingen.

## 6.2 Materiaal beschikbaar in de infrastructuur

Het aanwezige materiaal is voldoende voor de grootte van de klasgroep.

- Meet- en tekeninstrumenten

## 6.3 Materiaal waarover elke leerling moet beschikken

Om de leerplandoelen te realiseren beschikt elke leerling minimaal over onderstaand materiaal. De school bespreekt in de schoolraad wie (de school of de leerling) voor dat materiaal zorgt. De school houdt daarbij uitdrukkelijk rekening met gelijke kansen voor alle leerlingen.

- Rekentoestel of elektronische variant
- Mogelijkheid om te werken met (mobile) devices om grafische voorstellingen te maken, om het internet te raadplegen en om een programmeeromgeving te gebruiken
- Meet- en tekeninstrumenten

## 7 Concordantie

De concordantietabel geeft aan welke leerplandoelen eindtermen (ET) en cesuurdoelen (CD) realiseren.

[zie disclaimer]

Leerplandoel	Eindtermen en cesuurdoelen
1	ET 6.22; ET 6.49; ET 6.52; CD 6.4.17
2	ET 6.57
3	ET 6.21; CD 6.4.16
4	ET 6.21; CD 6.4.16
5	ET 6.1
6	ET 6.1
7	ET 6.1
8	ET 6.1
9	CD 6.4.8
10	CD 6.4.8
11	CD 6.4.8
12	ET 6.3
13	ET 6.3
14	ET 6.4
15	ET 6.4
16	ET 6.4
17	ET 6.4

18	ET 6.5
19	CD 6.4.10
20	ET 6.4
21	ET 6.2
22	ET 6.2
23	ET 6.2
24	ET 6.2
25	CD 6.4.7
26	CD 6.4.7
27	CD 6.4.7
28	CD 6.4.7
29	CD 6.4.10
30	CD 6.4.10
31	CD 6.4.10
32	ET 6.7
33	ET 6.7
34	ET 6.6
35	ET 6.9
36	ET 6.10
37	ET 6.10
38	ET 6.13
39	ET 6.15
40	ET 6.13
41	ET 6.15
42	ET 6.14
43	ET 6.13; ET 6.47
44	ET 6.12
45	ET 6.11; ET 6.13
46	ET 6.11
47	ET 6.8
48	ET 6.13
49	ET 6.15

50	CD 6.4.2
51	CD 6.4.8
52	ET 6.16
53	ET 6.20
54	ET 6.17
55	ET 6.17
56	ET 6.18; ET 6.47
57	ET 6.18
58	ET 6.18
59	ET 6.19; ET 6.50
60	ET 4.5

## 7.1 Eindtermen

### 4.5 De leerlingen ontwerpen algoritmen om problemen digitaal op te lossen.

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Concepten van computationeel denken: decompositie, patroonherkenning, abstractie, algoritme
- Organisatie, modellering, simulatie en digitale representatie van informatie
- Debuggen: testen en bijsturen
- Principes van programmeren: sequentie, herhalingsstructuur, keuzestructuur
- Ingebouwde functies
- Elementen van programmeertalen: variabelen, datatypes, operatoren, parameters, condities, procedures of functies

\*Procedurele kennis

- Toepassen van principes van computationeel denken: decompositie, patroonherkenning, abstractie, algoritme
- Toepassen van principes van organisatie, modellering, simulatie en digitale representatie van informatie
- Toepassen van principes om te debuggen
- Toepassen van principes van programmeren: sequentie, herhalingsstructuur, keuzestructuur
- Toepassen van controlestructuren en eenvoudige gegevensstructuren bij het formuleren van algoritmen
- Toepassen van principes om algoritmen bestaande uit een aantal samenwerkende procedures te ontwerpen en te implementeren in een programmeeromgeving

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau creëren

### 6.1 De leerlingen rekenen met reële getallen.

*Met inbegrip van kennis*

**\*Feitenkennis**

- Symbolen:  $<$ ,  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$ ,  $=$

**\*Conceptuele kennis**

- Rationale en irrationale getallen
- Uitbreiding van rationale getallen naar de reële getallen
- Reëel getal als eindig of oneindig doorlopend decimaal getal, met of zonder repeterend deel
- Zinnige verbanden tussen decimale vorm, wortelvorm, breuk en procent
- Getallenas
- Eigenschappen, teken- en rekenregels van de bewerkingen met reële getallen
- Principe van benaderen, afronden en schatten

**\*Procedurele kennis**

- Uitvoeren van bewerkingen en van de volgorde van bewerkingen met en zonder ICT; bewerkingen zonder ICT zijn beperkt in omvang en complexiteit
- Rekenen met wortelvormen, beperkt tot vierkantswortels
- Berekenen van vierkantswortels en derdemachtswortels
- Rekenen met machten met gehele exponent
- Omzetten tussen verschillende vormen van een getal met en zonder ICT; omzettingen zonder ICT zijn beperkt in complexiteit
- Vergelijken en ordenen van getallen
- Toepassen van benaderings-, afrondings- en schattingstechnieken

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.2 De leerlingen analyseren de onderlinge ligging van rechten en vlakken in ruimtelijke situaties.**

*Met inbegrip van kennis*

**\*Feitenkennis**

- Punt, rechte, vlak
- Evenwijdig, samenvallend, snijdend, kruisend, loodrecht
- Normaal

**\*Conceptuele kennis**

- Onderlinge ligging van
  - > Twee rechten: evenwijdig, samenvallend, snijdend, kruisend, loodrecht
  - > Twee vlakken: evenwijdig, samenvallend, snijdend, loodrecht
  - > Een rechte en een vlak: evenwijdig, rechte in het vlak, snijdend, loodrecht
- Normaal op een vlak door een gegeven punt van dat vlak
- Onderscheid tussen ruimtefiguren en vlakke figuren
- Principe van tweedimensionale voorstelling van een driedimensionale figuur

**\*Procedurele kennis**

- Bepalen en visualiseren van de onderlinge ligging van



- > Twee rechten: evenwijdig, samenvallend, snijdend, kruisend, loodrecht
- > Twee vlakken: evenwijdig, samenvallend, snijdend, loodrecht
- > Een rechte en een vlak: evenwijdig, rechte in het vlak, snijdend, loodrecht
- Onderscheiden van ruimtefiguren en vlakke figuren
- Tweedimensionaal voorstellen van een driedimensionale situatie

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.3 De leerlingen analyseren gelijkvormigheid van vlakke en ruimtelijke figuren.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Gelijkvormigheid, gelijkvormigheidsfactor

\*Conceptuele kennis

- Schaal als verhouding
- Effect van schaalverandering op lengte, oppervlakte en inhoud of volume
- Gelijkvormigheidsfactor
- Gelijkvormigheid als een samenstelling van transformaties
- Homothetie van een vlakke figuur

\*Procedurele kennis

- Bepalen met ICT van het beeld van een eenvoudige vlakke figuur onder een homothetie
- Berekenen van de gelijkvormigheidsfactor
- Berekenen van lengte, oppervlakte en inhoud of volume bij een gegeven gelijkvormigheidsfactor

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.4 De leerlingen passen geschikte meetkundige concepten en eigenschappen van vlakke figuren toe om vlakke en ruimtelijke problemen op te lossen:**

- **gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken**
- **de stelling van Thales**
- **de stelling van Pythagoras**
- **goniometrische getallen in een rechthoekige driehoek**
- **bijzondere lijnen in driehoeken**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken
- Stelling van Thales

- Stelling van Pythagoras
- Sinus, cosinus, tangens
- Grondformule van de goniometrie:  $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- Zwaartelij, hoogtelijn, middelloodlijn, bissectrice
- Omgeschreven cirkel en ingeschreven cirkel van een driehoek

*\*Conceptuele kennis*

- De gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken
- De stelling van Thales
- De stelling van Pythagoras
- De analytische uitdrukking voor de afstand tussen twee punten in het vlak
- De goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een scherpe hoek als de verhoudingen van zijden van een rechthoekige driehoek
- De grondformule van de goniometrie
- Bijzondere lijnen in driehoeken: zwaartelij, hoogtelijn, middelloodlijn, bissectrice
- De omgeschreven en ingeschreven cirkel van een driehoek

*\*Procedurele kennis*

- Bepalen van een geschikt vlak in een ruimtelijke situatie om het probleem op te lossen
- Toepassen van
  - > De gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken
  - > De stelling van Thales
  - > De stelling van Pythagoras
  - > De analytische uitdrukking voor de afstand tussen twee punten in het vlak
  - > De goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een scherpe hoek als de verhoudingen van zijden van een rechthoekige driehoek
  - > De grondformule van de goniometrie
  - > Bijzondere lijnen in driehoeken: zwaartelij, hoogtelijn, middelloodlijn, bissectrice
- Construeren met functioneel gebruik van ICT van
  - > Bijzondere lijnen in driehoeken: zwaartelij, hoogtelijn, middelloodlijn, bissectrice
  - > De omgeschreven en ingeschreven cirkel van een driehoek

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.5 De leerlingen tekenen in het vlak de som en het verschil van vectoren en de vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal.**

*Met inbegrip van kennis*

*\*Feitenkennis*

- Vector, nulvector, tegengestelde vector
- Richting, zin, grootte

*\*Conceptuele kennis*

- Vector, nulvector, tegengestelde vector
- Richting, zin, grootte

- Som en verschil van vectoren
- Vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal
- Verband met verschuivingen

\*Procedurele kennis

- Tekenen van de som en het verschil van vectoren
- Tekenen van de vermenigvuldiging van een vector met een reëel getal

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.
- Ten minste volgende contexten komen aan bod: krachten, verplaatsing, snelheid.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

## **6.6 De leerlingen drukken bij een formule één variabele uit in functie van de andere.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Eigenschappen van gelijkheden
- Eigenschappen, teken- en rekenregels van bewerkingen

\*Procedurele kennis

- Omvormen van formules door gebruik te maken van
  - > Eigenschappen van gelijkheden
  - > Eigenschappen, teken- en rekenregels van bewerkingen

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.
- Formules in eindtermen van de eerste graad A-stroom en de tweede graad doorstroomfinaliteit komen aan bod.
- Variabelen van volgende aard komen aan bod: lineair, zuiver kwadratisch, zuiver kubisch.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

## **6.7 De leerlingen lossen eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende algebraïsch op in de verzameling van de reële getallen.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Eerstegraadsvergelijking
- Ongelijkheid
- Oplossingenverzameling, interval

\*Conceptuele kennis

- Eerstegraadsvergelijking in één onbekende
- Eerstegraadsongelijkheid in één onbekende
- Oplossingenverzameling, interval

\*Procedurele kennis

- Algebraïsch oplossen van eerstegraadsvergelijkingen en -ongelijkheden in één onbekende

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.8 De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende algebraïsch op in de verzameling van de reële getallen.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Tweedegraadsvergelijking
- Standaardvorm van een tweedegraadsvergelijking:  $ax^2 + bx + c = 0$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b, c \in \mathbb{R}$
- Discriminant en oplossingen van een tweedegraadsvergelijking, inclusief formules
- Oplossingenverzameling
- Merkwaardige producten:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  en  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

\*Conceptuele kennis

- Tweedegraadsvergelijking
- Volledige en onvolledige vierkantsvergelijking
- Discriminant en oplossingen van een tweedegraadsvergelijking
- Ontbinden in factoren
- Merkwaardige producten:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  en  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
- Oplossingenverzameling

\*Procedurele kennis

- Algebraïsch oplossen van tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende
- Ontbinden in factoren
  - > Afzonderen van een gemeenschappelijke factor
  - > Toepassen van de formule voor het verschil van twee kwadraten
  - > Opsporen van een drieterm die een volkomen kwadraat is

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.9 De leerlingen leggen het verband tussen verschillende representaties van een functie, met name tussen verwoording, tabel, grafiek en voorschrift.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Reële functie
- Functiewaarde

- Afhankelijke en onafhankelijke variabele
- Verwoording, tabel, grafiek, voorschrift

\*Conceptuele kennis

- Reële functie, functiewaarde
- Input-output model van een functie
- Afhankelijke en onafhankelijke variabele
- Representaties van een functie en hun onderlinge samenhang: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau begrijpen

**6.10 De leerlingen bepalen het voorschrift, een grafiek, een tabel en een verwoording van een eerstegraadsfunctie als één van de andere representaties gegeven is.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Eerstegraadsfunctie
- Verwoording, tabel, grafiek en voorschrift  $f(x) = ax + b$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b \in \mathbb{R}$
- Richtingscoëfficiënt, snijpunt met de y-as

\*Conceptuele kennis

- Eerstegraadsfunctie met voorschrift  $f(x) = ax + b$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b \in \mathbb{R}$
- Representaties van een eerstegraadsfunctie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- Richtingscoëfficiënt, snijpunt met de y-as: meetkundige betekenis en link met het voorschrift
- Verbanden tussen grootheden: lineair verband, recht evenredig verband
- Vergelijking van een rechte met gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt
- Richtingscoëfficiënt van een rechte door twee gegeven punten

\*Procedurele kennis

- Bepalen van de richtingscoëfficiënt
- Opstellen van een vergelijking van de rechte
  - > Met gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt
  - > Door twee gegeven punten
- Teken van de rechte
  - > Met gegeven richtingscoëfficiënt en door een gegeven punt
  - > Door twee gegeven punten
- Opstellen van andere representaties van een eerstegraadsfunctie vanuit een gegeven representatie

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.
- Ten minste volgende context komt aan bod: de rechtlijnige beweging met constante snelheid.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

**6.11 De leerlingen bepalen het voorschrift of een grafiek van een tweedegraadsfunctie als de andere representatie gegeven is.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Tweedegraadsfunctie
- Voorschrift van een tweedegraadsfunctie
  - >  $f(x) = ax^2 + bx + c$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b, c \in \mathbb{R}$
  - >  $f(x) = a(x-p)^2 + q$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $p, q \in \mathbb{R}$
- Parabool, bergparabool, dalparabool
- Nulwaarde of nulpunt
- Top, inclusief formule voor de x-coördinaat
- Symmetrieas, inclusief vergelijking

\*Conceptuele kennis

- Tweedegraadsfunctie
- Voorschrift van een tweedegraadsfunctie
  - >  $f(x) = ax^2 + bx + c$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b, c \in \mathbb{R}$
  - >  $f(x) = a(x-p)^2 + q$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $p, q \in \mathbb{R}$
- Betekenis van de coëfficiënten  $a$ ,  $c$ ,  $p$  en  $q$  in de voorschriften
- Grafiek van een tweedegraadsfunctie: parabool, bergparabool, dalparabool
- Nulwaarden
- Top met coördinaten
- Symmetrieas met vergelijking
- Verbanden tussen grootheden: kwadratisch verband

\*Procedurele kennis

- Bepalen van de nulwaarden, de coördinaten van de top en de vergelijking van de symmetrieas uit het voorschrift
- Opstellen van het voorschrift a.d.h.v. de grafiek waarop de coördinaten van de top duidelijk afleesbaar zijn
- Schetsen van de grafiek a.d.h.v. het voorschrift

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

**6.12 De leerlingen gebruiken transformaties van de vorm  $f(x)+k$ ,  $f(x-k)$  en  $k \cdot f(x)$  met  $k \in \mathbb{R}_0$  om een grafiek van een tweedegraadsfunctie op te bouwen uit de grafiek van  $f(x) = x^2$ .**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Tweedegraadsfunctie
- Voorschrift van een tweedegraadsfunctie:  $f(x) = a(x-p)^2 + q$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $p, q \in \mathbb{R}$
- Nulwaarde of nulpunt

- Top
- Symmetrieas

\*Conceptuele kennis

- Transformaties: verschuiving, spiegeling, verscaling
- Tweedegraadsfunctie met voorschrift  $f(x) = a(x-p)^2 + q$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $p, q \in \mathbb{R}$
- Nulwaarden
- Top met coördinaten
- Symmetrieas met vergelijking

\*Procedurele kennis

- Opstellen van het voorschrift a.d.h.v. de grafiek
- Schetsen van de grafiek a.d.h.v. het voorschrift

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.13 De leerlingen onderzoeken de kenmerken van  $f(x) = c/x$  ( $c \in \mathbb{R}_0$ ), eerste- en tweedegraadsfuncties.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Domein, bereik, nulwaarde of nulpunt, tekenverloop, stijgen, dalen, extrema, constante/toenemende/afnemende stijging/daling, differentiequotiënt, symmetrie t.o.v. de oorsprong, symmetrie t.o.v. een verticale rechte

\*Conceptuele kennis

- Representaties van een functie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- Kenmerken van een functie: domein, bereik, nulwaarden, tekenverloop, stijgen/dalen, extrema, constante/toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie t.o.v. de oorsprong, symmetrie t.o.v. een verticale rechte
- Differentiequotiënt, gemiddelde verandering over een interval
- Grafische betekenis van een differentiequotiënt
- Verbanden tussen grootheden: recht evenredig, lineair, omgekeerd evenredig, kwadratisch

\*Procedurele kennis

- Schetsen van de grafiek zonder ICT, tekenen van de grafiek met ICT
- Bepalen van functiekenmerken a.d.h.v. een grafiek, met functioneel gebruik van ICT
- Bepalen van functiekenmerken a.d.h.v. een voorschrift
- Bepalen van een differentiequotiënt op basis van
  - > Een tabel
  - > Een grafiek
  - > Een voorschrift
- Vergelijken van differentiequotiënten
  - > Op basis van hun waarde
  - > Gebruikmakend van de grafische betekenis

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

#### **6.14 De leerlingen lossen een stelsel van twee eerstegraadsvergelijkingen met twee onbekenden algebraïsch op.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Stelsel

\*Conceptuele kennis

- Stelsel
- Algemene vorm van een eerstegraadsvergelijking met twee onbekenden  $ux + vy + w = 0$  met  $u, v, w \in \mathbb{R}$  en  $(u, v) \neq (0, 0)$
- Oplossingenverzameling met koppelvoorstelling
- Algebraïsch oplossen van stelsels: combinatiemethode, substitutiemethode

\*Procedurele kennis

- Algebraïsch oplossen van stelsels: combinatiemethode, substitutiemethode; opgaven zijn beperkt in complexiteit

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

#### **6.15 De leerlingen lossen vergelijkingen, ongelijkheden en stelsels grafisch op.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Getallenas, grafiek
- Interval
- Het verband tussen
  - > De oplossing(en) van een vergelijking van de vorm  $f(x) = 0$  en de nulwaarde(n) van de functie  $f$
  - > De oplossing(en) van een vergelijking van de vorm  $f(x) = g(x)$  en de gemeenschappelijke punten van de grafieken van de functies  $f$  en  $g$
  - > De oplossingen van een ongelijkheid van de vorm  $f(x) > 0$ ,  $f(x) < 0$ ,  $f(x) \leq 0$ ,  $f(x) \geq 0$  en het tekenverloop van de functie  $f$
  - > De oplossingen van een ongelijkheid van de vorm  $f(x) > g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$ ,  $f(x) \geq g(x)$  en de onderlinge ligging van de grafieken van de functies  $f$  en  $g$
  - > De oplossing(en) van een stelsel en de gemeenschappelijke punten van de overeenkomstige grafieken

\*Procedurele kennis

- Met en zonder ICT; opgaven zonder ICT zijn beperkt in complexiteit
  - > Grafisch oplossen van vergelijkingen en ongelijkheden van de eerste en tweede graad in één onbekende



- > Grafisch oplossen van stelsels van twee eerstegraadsvergelijkingen in twee onbekenden

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.16 De leerlingen lossen telproblemen op met behulp van boomdiagrammen en venndiagrammen.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Symbolen:  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $\setminus$ ,  $\in$ ,  $\notin$ ,  $\subset$ ,  $\emptyset$
- Boomdiagram, venndiagram

\*Conceptuele kennis

- Boomdiagram, venndiagram
- Somregel, productregel, complementregel
- Disjuncte verzamelingen

\*Procedurele kennis

- Opstellen van een boomdiagram, een venndiagram
- Aantallen berekenen m.b.v. somregel, productregel, complementregel

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.17 De leerlingen gebruiken grafen om problemen op te lossen.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Graaf, knoop, boog
- Samenhangende graaf

\*Conceptuele kennis

- Graaf als model van een concrete situatie
- Graaf, knoop, boog
- Aantal knopen en aantal bogen van de graaf
- Samenhangende graaf
- Aantal burens van een knoop
- Wandeling, pad in een graaf
- Afhankelijk van de context, concepten zoals eulergraaf, graafkleuringen, hamiltongraaf, gewogen graaf, gerichte graaf

\*Procedurele kennis

- Opstellen en interpreteren van een graaf als model van een concrete situatie

- Opsporen van wandelingen en paden in grafen
- Uitvoeren van algoritmes die op grafen toepasbaar zijn zoals het kortstepad-algoritme, het Kruskal-algoritme voor een opspannende boom

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt met context gerealiseerd zoals reisroutes, sociale netwerken, de zeven bruggen van Königsberg, transportnetwerken, planningsproblemen, het vierkleurenprobleem, het handelsreizigersprobleem.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

**6.18 De leerlingen onderzoeken de verdeling van één grootheid in een dataset in functie van de probleemstelling of onderzoeksvraag die aanleiding gaf tot de dataverzameling.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Niet-gegroepeerde en gegroepeerde gegevens
- Frequentietabel, absolute en relatieve frequentie
- Klasse, klassenmidden
- Staafdiagram, dotplot, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram, boxplot
- Rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus
- Variatiebreedte, kwartiel, interkwartielafstand, variantie, standaardafwijking

\*Conceptuele kennis

- Numerieke, categorische (geordende en niet-geordende) gegevens
- Niet-gegroepeerde en gegroepeerde gegevens
- Frequentietabel, absolute en relatieve frequentie
- Klasse, klassenmidden
- Staafdiagram, dotplot, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram, boxplot
- Informeel begrip van symmetrische/scheve verdeling, uitschieters, clusters
- Rekenkundig gemiddelde, mediaan, modus
- Variatiebreedte, kwartielen, interkwartielafstand, variantie, standaardafwijking
- Vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten en het interpreteren van statistische informatie, zoals het foutief interpreteren van percentages, het ongepast schalen van assen, het gebruik van de mediaan versus het rekenkundig gemiddelde, het onderscheid tussen een absolute toename of afname van een percentage (uitgedrukt in procentpunt) en een relatieve toename of afname van dat percentage (uitgedrukt in procent)

\*Procedurele kennis

- Met ICT
  - > Groeperen van gegevens
  - > Opstellen van een frequentietabel met absolute en relatieve frequentie
  - > Maken van grafische voorstellingen: staafdiagram, dotplot, cirkeldiagram, lijndiagram, histogram, boxplot
  - > Bepalen van het rekenkundig gemiddelde, de mediaan en de modus
  - > Bepalen van de variatiebreedte, de kwartielen, de interkwartielafstand en de standaardafwijking

- Analyseren en interpreteren van frequentietabellen, grafische voorstellingen, centrummaten en spreidingsmaten in functie van de probleemstelling of onderzoeksvraag

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt met context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.19 De leerlingen onderzoeken het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met behulp van een spreidingsdiagram.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Spreidingsdiagram
- Voorschrift en grafiek van
  - > Eerstegraadsfuncties van de vorm  $f(x) = ax + b$
  - > Kwadratische functies van de vorm  $f(x) = ax^2$
  - > Functies van de vorm  $f(x) = c/x$
- Recht evenredig verband, omgekeerd evenredig verband, lineair verband, kwadratisch verband

\*Conceptuele kennis

- Spreidingsdiagram
- Informeel begrip van trendlijn
- Informeel begrip van de correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband
- Voorschrift en grafiek van
  - > Eerstegraadsfuncties van de vorm  $f(x) = ax + b$  met  $a \in \mathbb{R}_0$  en  $b \in \mathbb{R}$
  - > Kwadratische functies van de vorm  $f(x) = ax^2$  met  $a \in \mathbb{R}_0$
  - > Functies van de vorm  $f(x) = c/x$  met  $c \in \mathbb{R}_0$
- Verbanden tussen grootheden: recht evenredig, lineair, omgekeerd evenredig, kwadratisch
- Vaak voorkomende fouten, misconcepties, tekortkomingen en manipulaties bij het grafisch voorstellen, het numeriek samenvatten en het interpreteren van statistische informatie: samenhang versus causaliteit

\*Procedurele kennis

- Met ICT
  - > Opstellen en interpreteren van een spreidingsdiagram
  - > Bepalen en interpreteren van de trendlijn met bijhorend voorschrift
  - > Bepalen en interpreteren van de correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt met context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

### **6.20 De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken.**

*Met inbegrip van kennis*

#### \*Feitenkennis

- Symbolen:  $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

#### \*Conceptuele kennis

- Logische uitspraak
- Waarheidswaarde
- Betekenis van negatie, conjunctie, disjunctie, implicatie, equivalentie in de logica, inclusief verschillen met betekenis van 'of' en 'als ... dan ...' in de omgangstaal

#### \*Procedurele kennis

- Opstellen van een waarheidstabel
- Vertalen van een uitspraak in woorden naar een uitspraak in symbolen

#### *Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.
- Ten minste volgende context komt aan bod: logische poorten.

#### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

### **6.21 De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en uitspraken.**

#### *Met inbegrip van kennis*

#### \*Feitenkennis

- Symbolen:  $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists$

#### \*Conceptuele kennis

- Implicatie, equivalentie
- Nodige en voldoende voorwaarde
- Logica uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Wiskundige eigenschappen uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit, zoals gelijkvormigheidskenmerken van driehoeken, de stelling van Pythagoras, de stelling van Thales, de onderlinge ligging van rechten en vlakken in de ruimte, de irrationaliteit van  $\sqrt{2}$ , eigenschappen van grafen

#### \*Procedurele kennis

- Illustreren van een uitspraak met voorbeelden
- Verifiëren van de correctheid van een wiskundige uitspraak
  - > Opbouwen van een eenvoudige wiskundige redenering
  - > Weerleggen van een uitspraak met een tegenvoorbeeld
- Beargumenteren van redeneerstappen in een aangereikte wiskundige redenering
- Reconstrueren van behandelde bewijzen in een gewijzigde situatie zoals met andere symbolen, in een specifiek geval

#### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau evalueren

### **6.22 De leerlingen lossen problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Wiskundige concepten uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit

\*Procedurele kennis

- Toepassen van wiskundige concepten en vaardigheden uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Toepassen van heuristieken
- Mathematiseren en demathematiseren
- Invoeren van een variabele
- Toepassen van reflectievaardigheden: evalueren van het proces en de oplossing

*Met inbegrip van context*

- De eindterm wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

**6.47 De leerlingen gebruiken met de nodige nauwkeurigheid meetinstrumenten en hulpmiddelen om te observeren, te meten, te experimenteren en te onderzoeken in wiskundige, natuurwetenschappelijke, technologische en STEM-contexten.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Hulpmiddelen en meetinstrumenten verbonden aan eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit

\*Procedurele kennis

- Gebruiken van hulpmiddelen en meetinstrumenten verbonden aan eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit zoals weegschaal, pH-meter en -indicatoren, thermometer, maatbeker, pipet, gereedschappen, chronometer

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau toepassen

Psychomotorische dimensie: Een vaardigheid zelfstandig uitvoeren: bewegingen/handelingen worden meer automatisch uitgevoerd, zijn vloeiend, betrouwbaar en efficiënt. Essentiële elementen van de beweging/handeling zijn regelmatig aanwezig.

**6.49 De leerlingen gebruiken op een gepaste manier meetwaarden, grootheden en eenheden in wiskundige, natuurwetenschappelijke, technologische en STEM-contexten.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Feitenkennis

- Symbolen van grootheden en (SI-) eenheden uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit

\*Conceptuele kennis

- Beduidende cijfers

- Meetnauwkeurigheid
- Onderscheid tussen vectoriële en scalaire grootheden

*\*Procedurele kennis*

- Gebruiken van relevante symbolen van grootheden en (SI-) eenheden uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Herleiden van courante eenheden
- Gebruiken van notaties met machten van 10 zoals wetenschappelijke notatie, ingenieursnotatie
- Gebruiken van vuistregels voor de bepaling van het aantal beduidende cijfers en de nauwkeurigheid bij bewerkingen met meetresultaten
- Schatten van grootheden aan de hand van referentiepunten

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

**6.50 De leerlingen onderzoeken verbanden tussen grootheden op kwantitatieve wijze.**

*Met inbegrip van kennis*

*\*Feitenkennis*

- Namen en symbolen van grootheden en eenheden uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit

*\*Conceptuele kennis*

- Recht en omgekeerd evenredig verband
- Kwadratisch verband, lineair verband
- Spreidingsdiagram
- Informeel begrip van trendlijn
- Informeel begrip van de correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband

*\*Procedurele kennis*

- Opstellen en interpreteren van grafieken en formules
- Omvormen van formules: één variabele uitdrukken in functie van de andere
- Met ICT
  - > Bepalen en interpreteren van de trendlijn met bijhorend voorschrift en correlatiecoëfficiënt
  - > Opstellen en interpreteren van een spreidingsdiagram

*Met inbegrip van context*

- Volgende verbanden tussen grootheden zoals
  - > Tussen massa en volume of inhoud
  - > Tussen de grootte van de zwaartekracht en de massa
  - > Tussen temperatuursverandering, warmtehoeveelheid en massa

komen aan bod.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

**6.52 De leerlingen ontwikkelen natuurwetenschappelijke, technologische, en wiskundige modellen in disciplinespecifieke en STEM-contexten om te visualiseren, te onderzoeken, op te lossen en te verklaren.**

*Met inbegrip van kennis*

#### \*Conceptuele kennis

- Wiskundige, natuurwetenschappelijke en technologische concepten uit de eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Model als vereenvoudigde voorstelling van de werkelijkheid met de validiteit en reikwijdte ervan
- Modellen zoals schema's, schetsen, diagrammen, tekeningen, replica's, prototypes, (computer)simulaties, grafieken, tabellen, formules, vergelijkingen

#### \*Procedurele kennis

- Toepassen van relevante wiskundige, natuurwetenschappelijke en technologische concepten uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Modelleren
  - > Conceptualiseren
    - # Analyseren van de vraag of probleemstelling om verbanden/relaties/patronen te identificeren
    - # Kiezen van een geschikt model
  - > Concretiseren van het gekozen model
  - > Analyseren van de validiteit en reikwijdte van het model in de context

#### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau creëren

### **6.57 De leerlingen onderzoeken aan de hand van concrete maatschappelijke uitdagingen de wisselwerking tussen STEM-disciplines onderling en tussen STEM-disciplines met de maatschappij.**

#### *Met inbegrip van kennis*

#### \*Conceptuele kennis

- Wiskundige, natuurwetenschappelijke en technologische concepten uit eindtermen van de tweede graad doorstroomfinaliteit
- Relatie tussen maatschappelijke behoeften, keuzes en STEM-toepassingen
- Dynamiek tussen STEM-disciplines onderling
- Wiskunde, wetenschappen en technologie als onderdeel van culturele ontwikkeling
- Belang van interdisciplinariteit en multiperspectiviteit bij het aanpakken van grote uitdagingen
- Systeemdenken

#### \*Procedurele kennis

- Systeemdenken

#### *Met inbegrip van context*

- Contexten zoals klimaatverandering, hernieuwbare energie, zorg en gezondheid, onderwijs, watervoorziening, mobiliteit, leefbare en duurzame steden, oceaanvervuiling komen aan bod.
- De duurzame ontwikkelingsdoelen zoals geformuleerd door de internationale gemeenschap worden aangereikt (SDG's, sustainable development goals).

#### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: beheersingsniveau analyseren

## **7.2 Cesuurdoelen**

### **6.4.2 De leerlingen lossen in $\mathbb{R}$ tweedegraadsongelijkheden op.**

### *Met inbegrip van kennis*

#### \*Feitenkennis

- Vakterminologie en notaties inherent aan de afbakening van het cesuurdoel

#### \*Conceptuele kennis

- Tweedegraadsongelijkheid
- Interval, oplossingenverzameling
- Algebraïsche rekentechnieken voor het oplossen van tweedegraadsongelijkheden

#### \*Procedurele kennis

- Algebraïsch oplossen van
  - > Tweedegraadsongelijkheden

### *Met inbegrip van context*

- Het cesuurdoel wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Toepassen

## **6.4.7 De leerlingen gebruiken geschikte goniometrische formules om goniometrische uitdrukkingen te vereenvoudigen en problemen op te lossen.**

### *Met inbegrip van kennis*

#### \*Feitenkennis

- Vakterminologie en notaties inherent aan de afbakening van het cesuurdoel
- Formules van sinusregel en cosinusregel in een willekeurige driehoek

#### \*Conceptuele kennis

- Georiënteerde hoek
- Goniometrische cirkel
- Verwante hoeken: gelijke, tegengestelde, complementaire, anticomplementaire, supplementaire, antisupplementaire
- Goniometrische getallen van verwante hoeken: sinus, cosinus, tangens
- Goniometrische formules
  - > Sinusregel en cosinusregel in een willekeurige driehoek
  - > Som- en verschilformules

#### \*Procedurele kennis

- Berekenen van goniometrische getallen van verwante hoeken
- Oplossen van willekeurige driehoeken
- Selecteren en toepassen van goniometrische formules om goniometrische uitdrukkingen te vereenvoudigen en problemen op te lossen

### *Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Analyseren

## **6.4.8 De leerlingen rekenen met complexe getallen en in het complexe vlak.**

### *Met inbegrip van kennis*



#### \*Feitenkennis

- Vakterminologie, notaties en formules inherent aan de afbakening van het cesuurdoel

#### \*Conceptuele kennis

- Noodzaak tot uitbreiding van de reële getallen naar de complexe getallen en de invoering van de imaginaire eenheid
- Verlies van totale orde in  $\mathbb{C}$
- Cartesische vorm van een complex getal:  $z = a + b \cdot i$  met  $a, b \in \mathbb{R}$
- Polaire vorm van een complex getal:  $z = r(\cos \theta + i \cdot \sin \theta)$  met  $r \in \mathbb{R}$
- Verband tussen cartesische en polaire vorm van een complex getal
- Grafische voorstelling van complexe getallen in het complexe vlak
- Modulus en argument van een complex getal in het complexe vlak
- Gelijke, tegengestelde en toegevoegde complexe getallen
- Bewerkingen met complexe getallen
  - > In cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling
  - > In polaire vorm: vermenigvuldiging, deling
- Eigenschappen en rekenregels van de bewerkingen met complexe getallen
- Meetkundige interpretatie in het complexe vlak van bewerkingen met complexe getallen
- Tweedegraadsvergelijking met reële coëfficiënten in één complexe onbekende

#### \*Procedurele kennis

- Voorstellen van complexe getallen in het complexe vlak
- Met functioneel gebruik van ICT
  - > Omzetten van een complex getal in cartesische vorm naar polaire vorm en omgekeerd
  - > Uitvoeren van bewerkingen met complexe getallen in cartesische vorm, in polaire vorm
  - > Oplossen van tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één complexe onbekende

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Toepassen

### **6.4.10 De leerlingen onderzoeken de ligging van objecten in het vlak en afstanden en hoeken tussen deze objecten.**

*Met inbegrip van kennis*

#### \*Feitenkennis

- Vakterminologie, notaties en formules inherent aan de afbakening van het cesuurdoel

#### \*Conceptuele kennis

- Vrije vector, puntvector, coördinaten, orthonormaal assenstelsel, norm of grootte van een vector, eenheidsvector
- Richtingsvector, normaalvector
- Ontbinding van een vector in zijn componenten
- Bewerkingen met vectoren: optelling, vermenigvuldiging met een reëel getal, scalair product
- Grafische betekenis van bewerkingen met vectoren
- Vectoriële, parametrische en cartesische vergelijking(en) van rechten
- Onderlinge ligging van
  - > Twee rechten: evenwijdig, samenvallend, snijdend, loodrecht
- Hoeken tussen
  - > Rechten

- Afstanden tussen punten en rechten
- Vectoriële beschrijving van meetkundige objecten zoals midden van een lijnstuk, zwaartepunt van een driehoek

*\*Procedurele kennis*

- Uitvoeren van bewerkingen met vectoren: optelling, vermenigvuldiging met een reëel getal, scalair product
- Bepalen van de norm van een vector
- Ontbinden van een vector in zijn componenten in een assenstelsel: grafisch en via berekening
- Afleiden en gebruiken van de vectoriële, parametrische en cartesische vergelijking(en) van rechten
- Omzetten van parametrische vergelijkingen in cartesische vergelijkingen en omgekeerd
- Onderzoeken van de loodrechte stand van twee objecten in een orthonormaal assenstelsel
- Bepalen van de onderlinge ligging van twee rechten
- Berekenen van hoeken tussen objecten
- Berekenen van afstanden tussen objecten

*Met inbegrip van context*

- Het cesuurdoel wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.
- Contexten zoals resulterende kracht, verplaatsing komen aan bod.
- Het cesuurdoel wordt gerealiseerd met inbegrip van gemengde meetkundige problemen.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Analyseren

**6.4.16 De leerlingen bewijzen wiskundige uitspraken.**

*Met inbegrip van kennis*

*\*Feitenkennis*

- Vakterminologie inherent aan de afbakening van het cesuurdoel
- Symbolen:  $\wedge$ ,  $\vee$ ,  $\neg$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\Leftrightarrow$ ,  $\forall$ ,  $\exists$

*\*Conceptuele kennis*

- Implicatie, equivalentie
- Concepten uit logica
- Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs door tegenvoorbeeld
- Wiskundige eigenschappen, rekenregels en formules uit de cesuurdoelen en de eindtermen uit de tweede graad doorstroomfinaliteit zoals de irrationaliteit van  $\sqrt{2}$ , eigenschappen i.v.m. onderlinge ligging van rechten, goniometrische formules, goniometrische identiteiten

*\*Procedurele kennis*

- Reconstrueren van behandelde bewijzen
  - > In de behandelde situatie in combinatie met het beargumenteren van redeneerstappen
  - > In een gewijzigde situatie zoals met andere symbolen, in een specifiek geval

*Met inbegrip van context*

- Het cesuurdoel wordt gerealiseerd met kenniselementen met betrekking tot logica uit de eindtermen basisvorming van de tweede graad doorstroomfinaliteit.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Evalueren

**6.4.17 De leerlingen lossen problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.**

*Met inbegrip van kennis*

\*Conceptuele kennis

- Wiskundige concepten uit de cesuurdoelen

\*Procedurele kennis

- Toepassen van wiskundige concepten en vaardigheden uit de cesuurdoelen
- Toepassen van heuristieken
- Mathematiseren en demathematiseren
- Invoeren van een variabele
- Toepassen van reflectievaardigheden: evalueren van proces en oplossing

*Met inbegrip van context*

- Het cesuurdoel wordt zowel met als zonder context gerealiseerd.

*Met inbegrip van dimensies eindterm*

Cognitieve dimensie: Analyseren

## Inhoud

<b>1</b>	<b>Algemene inleiding .....</b>	<b>4</b>
1.1	Het leerplanconcept: vijf uitgangspunten .....	4
1.2	De vormingscirkel – de opdracht van secundair onderwijs .....	4
1.3	Ruimte voor leraren(teams) en scholen .....	5
1.4	Differentiatie .....	6
1.5	Opbouw van de leerplannen.....	7
<b>2</b>	<b>Situering .....</b>	<b>8</b>
2.1	Samenhang met de eerste graad .....	8
2.2	Samenhang in de tweede graad .....	8
2.2.1	Samenhang met andere leerplannen wiskunde binnen de finaliteit.....	8
2.3	Plaats in de lessentabel.....	8
<b>3</b>	<b>Pedagogisch-didactische duiding .....</b>	<b>8</b>
3.1	Wiskunde en het vormingsconcept .....	8
3.2	Krachtlijnen .....	9
3.3	Opbouw.....	9
3.4	Leerlijnen.....	10
3.4.1	Samenhang met de eerste graad .....	10
3.4.2	Samenhang in de tweede graad .....	11
3.5	Aandachtspunten.....	12
<b>4</b>	<b>Leerplandoelen .....</b>	<b>13</b>
4.1	Problemen oplossen .....	13
4.2	Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren .....	14
4.3	Getallenleer.....	15
4.3.1	Reële getallen.....	15
4.3.2	Complexe getallen.....	17
4.4	Meetkunde.....	17
4.4.1	Gelijkvormigheid en de stelling van Thales.....	17
4.4.2	De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken .....	18
4.4.3	Vectoren.....	19
4.4.4	Merkwaardige lijnen in driehoeken.....	20
4.4.5	Ruimteteetkunde .....	20
4.4.6	Goniometrie .....	21
4.4.7	Analytische meetkunde in het vlak.....	23

4.5	Algebra en functieleer.....	24
4.5.1	Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules .....	24
4.5.2	Inleiding tot reële functies .....	25
4.5.3	Eerstegraadsfuncties.....	25
4.5.4	Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen .....	27
4.5.5	Functies met voorschrift $f(x) = c/x$ .....	28
4.5.6	Tweedegraadsfuncties .....	28
4.6	Discrete wiskunde en logica.....	31
4.6.1	Telproblemen .....	31
4.6.2	Waarheidstabellen .....	31
4.6.3	Grafen .....	31
4.7	Data en onzekerheid .....	32
4.7.1	Beschrijvende statistiek .....	32
4.7.2	Spreidingsdiagrammen .....	34
4.8	Computationeel denken .....	35
<b>5</b>	<b>Vergelijkende tabel leerplannen.....</b>	<b>36</b>
<b>6</b>	<b>Basisuitrusting .....</b>	<b>36</b>
6.1	Infrastructuur .....	36
6.2	Materiaal beschikbaar in de infrastructuur .....	37
6.3	Materiaal waarover elke leerling moet beschikken.....	37
<b>7</b>	<b>Concordantie .....</b>	<b>37</b>
7.1	Eindtermen.....	39
7.2	Cesuurdoelen .....	55